MANUAL DO PROFESSOR

MATEMÁTICA
ATRAVÉS DE JOGOS

• UMA PROPOSTA METODOLÓGICA •

VOLUME 4

MARIA VERÔNICA REZENDE DE AZEVEDO

Caro professor,

Você, assim como eu, já teve a oportunidade de examinar, ao longo de sua experiência pedagógica, uma grande variedade de obras didáticas dedicadas ao ensino de matemática para o 1b grau. Com certeza você tem recebido exemplares destinados ao professor, que vêm com as respostas dos exercícios já impressas. Essa prática me parece incompatível com uma proposta como a desta coleção, que está aliada a uma abordagem construtivista de educação matemática.

Quando esta coleção foi planejada, o que se pretendia era abrir a possibilidade de mostrar às crianças uma matemática inserida no cotidiano, uma matemática voltada para a resolução de problemas. Você, certamente, já teve oportunidade de refletir sobre a necessidade de relacionar o estudo da matemática com a vida do aluno. Ora, na vida muitos dos problemas admitem várias interpretações, devido à variedade de relações que você pode estabelecer entre os dados de uma determinada situação.

Pensando nisso, acho importante que os problemas matemáticos que se apresentem para as crianças ofereçam possibilidade de várias abordagens, para incentivar o debate e desenvolver o espírito crítico, além de favorecer o estabelecimento de relações lógicas.

Ao trabalhar com esta coleção, você terá oportunidade de ver como é enriquecedor para as crianças descobrir que o colega encontrou uma resposta alternativa para uma atividade. Isso acontecerá em vários momentos.

Essa é a razão por que, em vez de colocar respostas no livro do professor, apresento neste manual comentários referentes ao desenvolvimento do trabalho, convidando o professor ao debate. Coloco-me à disposição para discutir mais detalhadamente algumas das questões que possam suscitar dúvidas em você. Isso pode ser feito, via correio, em carta enviada à editora, à qual responderei com prazer.

Também espero que você percorra o caminho ao lado do seu aluno, debatendo e vivendo com ele o prazer de fazer matemática.

Um abraço amigo

Maria Verônica

Nosso propósito aqui é discutir a introdução das crianças à matemática, ou seja, como oferecer a elas, no início da escolaridade, atividades que propiciem oportunidade de construir os conceitos fundamentais para o acesso ao conhecimento científico, mais especificamente, matemático.

Assim, é a criança que constrói esse conhecimento refletindo sobre suas ações. Essas reflexões são um processo contínuo em que cada nova experiência é integrada às experiências anteriores, resultando na construção de conceitos cada vez mais complexos. Nesse processo, a qualidade das experiências é um fator muito importante e depende de várias condições, como a interação com os companheiros, a relação professor-aluno e os materiais didáticos.

A nossa preocupação será discutir esses três fatores nas atividades propostas para o ensino de matemática nos primeiros anos escolares:

- a interação entre companheiros;
- a relação professor-aluno;
- o material didático.

Partindo do ponto de vista de que é a criança que constrói os conceitos através da experiência com objetos e da interação social, torna-se necessária a dedicação de boa parte do tempo para observações, manipulação de materiais e discussões que antecedam à realização de atividades propriamente matemáticas.

Uma vez formados os conceitos, a criança poderá prever soluções sem precisar da manipulação de materiais, porque essas soluções terão como referência as experiências anteriores. É nesse ponto que a criança está fazendo matemática, pois pode prever resultados antecipadamente. Um exemplo disso pode ser acompanhado em atividades com pentaminós. Os pentaminós são peças de um quebra-cabeça formadas por cinco quadrados.

Solicita-se às crianças que *montem retângulos encaixando as peças.*

Inicialmente elas trabalham por tentativa e erro, numa atividade de manipulação que, para um observador menos cuidadoso, pode parecer uma atividade exclusivamente lúdica.

Exemplo:

À medida que vai tentando, a criança vai percebendo certas características comuns entre as soluções e tira conclusões que permitem construir certas estratégias de ação.

Percebe, por exemplo, que, se um dos lados do retângulo tiver cinco quadradinhos, a solução será mais fácil.

Exemplo:

Na construção de estratégias de ação, a criança pode optar por fixar a largura do retângulo e procurar adaptar os encaixes das peças a essa largura ou fixar o comprimento e fazer o mesmo.

Na etapa seguinte pode ser que a criança descubra que o total de quadradinhos é um dado importante. Então, ela analisa suas soluções e percebe que todas elas repousam sobre múltiplos de 5.

Aí a criança começa a "fazer" matemática, pois, se o professor pedir que monte com pentaminós um retângulo de 16 quadradinhos, ela não mais procederá por tentativa e erro, mas será capaz de prever que não há solução, porque 16 não é múltiplo de 5.

Por outro lado, se for pedido um retângulo de 30 quadradinhos, ela poderá antecipar que existem várias soluções, porque é possível obter retângulos de 5 × 6 ou de 3 × 10, pois 5 × 6 = 30 (5 de comprimento e 6 de largura) e 3 × 10 = 30 (3 de comprimento e 10 de largura).

A ação do professor é extremamente importante nesse processo, uma vez que pode selecionar o material mais apropriado às questões mais significativas e orientar a colocação dos problemas numa seqüência que leve a uma abstração gradativa.

Por outro lado, a interação no grupo permite que as discussões em busca de soluções dos problemas adquiram dinamismo e significado. O fato de uma criança ter que explicar para o companheiro o seu raciocínio ajuda-a a organizar suas percepções de maneira coerente, para que possa compartilhar com o outro. Essa organização mental em função da comunicação, enriquecida pelas idéias assimiladas dos companheiros, favorece inevitavelmente o processo de abstração.

Um segundo exemplo pode ser dado por um problema de aritmética.

“Uma loja dá desconto de R$ 3,00 em cada camiseta que custa normalmente R$ 15,00. Quantas camisetas preciso comprar para levar uma de graça?”

Inicialmente as crianças usam estratégias fracionadas, semelhantes à tentativa e erro, isto é:

- 1 camiseta dá R$ 3,00 de desconto
- 2 camisetas dão R$ 6,00
- 3 camisetas dão R$ 9,00
- 4 camisetas dão R$ 12,00
- 5 camisetas dão R$ 15,00

Então, concluem que comprando 5 camisetas levarão uma de graça.

Depois de outras atividades semelhantes, as crianças percebem que existe uma relação entre o desconto e o preço da camiseta que permite prever o resultado sem fazer os cálculos parceladamente. Elas chegam a ver que o desconto de R$ 3,00 cabe 5 vezes no preço R$ 15,00 da camiseta, sem ter que calcular o desconto de 2, 3, 4 e 5 camisetas.

Essa foi uma construção crescente da abstração matemática feita pelas crianças, independentemente da interferência de fórmulas algébricas colocadas de modo prematuro.

As crianças poderão chegar a construir procedimentos gerais para resolver problemas semelhantes até mesmo com uso de fórmulas, mas com a vantagem de realmente compreenderem o “porquê” e o “para quê” de fórmulas.

Exemplo:

$n = p/D$ sendo n = número, p = preço, D = desconto.

As fórmulas adquirem seu real valor matemático de “modelos” que permitem prever resultados com economia de esforços, mas não são indispensáveis, uma vez que é possível resolver problemas por outros caminhos.

Assim, a ação do professor é particularmente importante, porque dele depende a qualidade da interação das crianças com os materiais didáticos.

Nenhum material por si só é capaz de ensinar matemática. A aprendizagem da matemática é um processo que depende da criança, mais especificamente da ação da criança sobre esse material.

É por isso que os materiais não necessitam de nenhuma sofisticação. Aqui, procuramos discutir como a ação criativa do professor pode obter de “materiais simples” a construção de “idéias sofisticadas”.

A construção dos conceitos dependerá da colocação de questões pelo professor nos momentos mais adequados, levando em conta as observações feitas pelos alunos, as situações vivenciadas por eles e seus questionamentos pessoais durante a ação.

As situações-problemas colocadas devem ser significativas para as crianças. O principal objetivo é fazer os alunos elaborarem seu conhecimento por si mesmos. Para tanto, o professor deve valorizar a expressão das soluções através da linguagem espontânea entre os grupos de alunos. A interferência do professor se dá no sentido de ajudar os alunos a melhor expressar seu pensamento e a, progressivamente, fazer uso da linguagem matemática convencional, quando os alunos puderem perceber sua necessidade.

O professor não dá as respostas, uma vez que se posiciona como coordenador ou organizador das atividades dos alunos.

Segundo Piaget, todo ato intelectual é construído progressivamente a partir de reações anteriores e mais primitivas. Por isso, cabe ao professor criar situações que levem a criança a agir na construção do conhecimento, fazendo apelo a esquemas anteriores de que o aluno dispõe e a partir dos quais construirá novas operações mais complexas.

Para Piaget, um problema constitui uma motivação para a criança agir em busca da solução. Durante a busca da solução, são estabelecidas relações com outros problemas resolvidos anteriormente, que se organizam num esquema mais amplo que passa a incluir o novo problema.

Nesse processo didático, entram em jogo as *percepções individuais* do aluno, as *trocas de experiências com os companheiros* e as *interferências do professor*, numa interação constante.

Resta ainda a questão: Como organizar a ação pedagógica de modo a permitir que os alunos construam seu conhecimento matemático? Qual é o papel do professor?

Na aprendizagem de matemática, não é suficiente saber fazer operações. É necessário saber utilizá-las na resolução de problemas. Toda aprendizagem deve ter um significado e um objetivo para o sujeito (a criança).

A dificuldade de um problema está mais na forma do enunciado, no número e tipo de perguntas e na necessidade de recorrer a informações não explícitas, do que nas operações matemáticas em si. Daí a necessidade do diálogo entre os companheiros e o professor, para elucidar todos os elementos inter-relacionados na resolução de problemas. Esse diálogo ajuda a interpretar o enunciado, a retirar dele os dados mais importantes e desprezar os dados desnecessários para a solução.

Esse processo leva a uma Matemática viva, dinâmica e com significado. Devemos dar maior importância à construção dos conceitos e à compreensão dos processos de cálculo.

Com isso, não negamos a necessidade de memorizar processos já compreendidos, que possam servir de instrumentos a novas aquisições, como, por exemplo, memorizar a tabuada após ter construído o conceito de multiplicação. Caso contrário, a resolução de operações com números maiores se tornará muito demorada.

O mesmo podemos dizer em relação às regras de cálculo ou aos algoritmos.

Nessas situações a memorização de certos automatismos, como os algoritmos (técnicas operatórias), é necessária para libertar o raciocínio da criança para atividades mais complexas. Uma vez compreendidas as etapas que levam aos automatismos, é possível à criança detectar erros e corrigi-los, analisando o processo, o que justifica o valor dos algarismos acompanhados da compreensão e não apenas memorizados.

Para as crianças, as técnicas operatórias serão, então, realmente aplicações de propriedades das operações, e não “truques de magia”.

Quanto à possibilidade de erro, é preferível o aluno verificar se são boas as suas estratégias diretamente na ação com os materiais didáticos, a ficar na dependência da correção do professor. Nem sempre ele pode compreender o referencial de correção do adulto. Além disso, tendo a possibilidade de testar suas hipóteses, estará caminhando efetivamente em direção a uma maior compreensão dos problemas.

A essas considerações, somam-se os fatores motivação e satisfação, que as crianças sentem quando conseguem vencer obstáculos por seus próprios meios. A conquista dos resultados é muito mais significativa do que a dependência das aprovações e correções do professor.

Na relação professor-aluno, é ainda essencial que o aluno saiba quais são as expectativas do professor em relação às atividades propostas. As reações do professor devem ser previsíveis para os alunos, se as condições de trabalho estiverem bem explícitas.

Esse professor não agirá por autoritarismo, mas estará levando o aluno a buscar coerência em seu desempenho nas atividades.

Essas são algumas das reflexões a propósito da iniciação à matemática que propomos nesta coleção de livros para as séries iniciais do primeiro grau.

Junto às atividades de aritmética propomos as atividades de geometria, de que falaremos a seguir.

Geometria para crianças

Qual a importância da geometria para crianças?

A criança desloca-se no espaço físico, age e vive nesse espaço. É preciso fazê-la vivenciar experiências que lhe permitam observar melhor os elementos desse espaço. Essas experiências levarão a criança a perceber propriedades, estabelecer relações e isolar variáveis. Ela traduzirá matematicamente o espaço no qual ela se desenvolve e fixará alguns elementos estruturais.

Isso quer dizer que, ao habituar-se a observar o espaço, ela acabará por abstrair certos conceitos e relacioná-los, percebendo estruturas matemáticas.

Na elaboração de um programa de ensino de geometria, numa perspectiva piagetiana, o mais importante é centrar os objetivos na criança, respeitando seu desenvolvimento.

No programa escolar, a Geometria caracteriza-se pelo estudo dos aspectos qualitativos do espaço. O que propomos como ensino de geometria para crianças é procurar substituir o ensino da Geometria Dedutiva por um enfoque que dê preferência a uma Geometria de Exploração.

Além disso, o ensino de geometria deve deixar de ser ocasional — muitas vezes deixado para o final do ano letivo —, para tornar-se um tópico de importância no plano de ensino do primeiro grau.

É necessário fazer os alunos vivenciarem um grande número de experiências "geométricas" estimulantes, formadoras da percepção e do raciocínio. Para tanto, os professores devem multiplicar as atividades de exploração e provocar reflexão sobre os problemas que envolvem relações espaciais.

Isso torna-se muito mais urgente no mundo moderno, onde as crianças das cidades grandes vivem num espaço físico mais restrito e onde a vida sedentária tende a limitar a exploração dele.

Existem várias maneiras de abordar a Geometria. O nível mais fundamental é o do conhecimento do espaço físico. Desenvolve-se e aprimora-se um conhecimento intuitivo do espaço, à medida que se chega a conceituar figuras, propriedades e transformações geométricas.

Cabe, então, ao ensino de geometria levar o aluno a vivenciar atividades adequadas para fazê-lo tomar consciência do espaço à sua volta e da posição que ele ocupa nesse espaço.

Ele deverá também se exercitar para fazer uma representação mental do espaço, graças às manipulações variadas nas quais ele aprenderá a exprimir os resultados de suas observações. Essas observações referem-se: à forma dos objetos, à sua posição relativa, aos movimentos aos quais são submetidos os objetos e às deformações que se fazem sobre eles.

Durante essas atividades, a atenção da criança se fixará nas propriedades mais importantes e em determinadas relações entre elas.

A aprendizagem do vocabulário geométrico se aplicará a situações concretas, familiares à criança, e não a definições abstratas.

Como vivemos num espaço de três dimensões, no qual percebemos os objetos e seus movimentos, as atividades propostas às crianças devem respeitar essa realidade, evitando representar tudo prematuramente sobre o plano do quadro-de-giz.

É interessante considerar, também, que as atividades devem ser suficientemente variadas para propiciar: explorações que aprimorem a intuição da criança; atividades de comunicação de fatos geométricos para favorecer a elaboração de terminologia, simbolismo e meios de expressão geométricos; atividades de fixação de conceitos e habilidades geométricas.

Propomos, então, uma Geometria de primeiro grau com caráter indutivo, partindo de experiências com materiais concretos. As deduções, que poderão ser feitas, procurarão unificar um número limitado de noções, e não o conjunto todo da Geometria. É com esse propósito que as atividades de Geometria desta coleção propõem exercícios de recortes, colagens e montagens.

Matemática na 4b série através de histórias e jogos

A programação de Matemática da 4b série propõe, inicialmente, o estudo do sistema de numeração decimal e posteriormente a construção compreensiva dos conceitos de fração, número decimal, porcentagem, das operações aritméticas com frações e números decimais, bem como dos algoritmos de cálculo. Não basta aprender a realizar operações, é preciso saber por que fazer desta ou de outra maneira. Em Geometria propõe a construção dos conceitos de perímetro e área e suas medidas.

Todas as atividades para a construção desses conceitos devem ser apresentadas num clima motivador que promova o envolvimento das crianças, levando a uma constante busca de soluções para problemas que tenham real significado para elas, deixando de lado toda atividade que vise à automatização ou memorização sem compreensão.

Jogos com regras na educação matemática

Propondo e valorizando jogos com regras, o professor estará promovendo o desenvolvimento sócio-afetivo, motor e cognitivo das crianças.

Do ponto de vista sócio-afetivo:

- o jogo dá oportunidade à criança de sair do egocentrismo, para adotar o ponto de vista do outro e poder prever suas reações;

- o jogo permite que a criança viva, num ou noutro momento, a posição de líder, graças à riqueza da rede de comunicações que cria;
- o jogo propicia uma ampliação dos contatos sociais com outras crianças, uma vez que os parceiros de jogo são escolhidos em relação aos interesses comuns pelos jogos, e não mais em função de suas ligações afetivas;
- o jogo permite que a criança aprenda a viver a competição, a colaboração e também a oposição;
- o jogo leva a criança a descobrir a regra através de uma relação diferente daquela que ela conhece habitualmente com o adulto: discutindo a regra, aderindo a ela voluntariamente, vivendo-a entre seus companheiros da mesma idade, numa situação de supervisão recíproca, em que cada criança é ao mesmo tempo controlador e controlado.

Do ponto de vista motor:

- o jogo permite que a criança avalie sua competência motora e seja motivada a se ultrapassar pelo autodesafio;
- o jogo fornece à criança ocasiões para aperfeiçoar sua habilidade de criar e construir seus próprios brinquedos.

Do ponto de vista cognitivo:

Pela ação e reflexão conjugadas, o jogo permite a elaboração de certas estruturas, ou seja:

- domínio operatório: noções pré-numéricas (classificação, ordenação, busca de várias relações); estruturação de tempo e espaço; primeiros elementos de lógica através da resolução de problemas simples (busca de estratégias para vencer o jogo);
- expressão e comunicação através da necessidade, essencial ao jogo, de explicar uma regra, comentar ou contestar uma fase do jogo;
- desenvolvimento da capacidade de observação mais fina do meio à sua volta pela comparação de semelhanças e diferenças.

A presença do professor nos jogos com regras é essencial porque é ele que:

- dinamiza o grupo pela sua atitude de escuta, de atenção, de entusiasmo diante do sucesso da criança e de encorajamento diante da derrota; e como participante do jogo, como simples jogador, não tendo nem mais nem menos direitos do que a criança (Não há nada que aborreça mais uma criança que joga do que perceber que o adulto não está levando o jogo a sério e a deixa ganhar propositadamente. A criança exige que o adulto jogue seriamente para competir.);
- observa a criança durante o jogo, que é um momento gratuito onde a criança joga por prazer. O adulto não deve intervir durante a ação do jogo; ele observa o comportamento da criança, sua competência, suas dificuldades de ordem afetiva, lingüística, operatória, para preparar, dentro do seu projeto pedagógico mais amplo, outras atividades mais rigorosas, com objetivos precisos, que trabalhem com essas dificuldades detectadas durante o jogo. Dessa forma, a dinâmica do jogo é respeitada e nunca interrompida por intervenções “pedagógicas”;
- facilita o jogo pela organização da classe, oferecendo material variado;
- ajuda a construção progressiva da noção de regra, trazendo jogos com regras simples, animando jogos esportivos e valorizando a criação de regras novas pelas crianças;

- favorece a criatividade, permitindo a utilização do material para outros fins que não os habituais, colocando, à disposição da criança, materiais de jogo sem regras, incentivando as crianças para que criem regras e também modifiquem as regras dos jogos conhecidos por todos;
- promove o desenvolvimento do espírito crítico, devolvendo ao grupo os problemas suscitados pela criação de certos jogos, permitindo-lhe, por tentativa e erro, vencer esses obstáculos;
- enriquece os jogos das crianças, variando os tipos de jogos propostos, os objetivos dos jogos, ou seja, "chegar primeiro" ou "chegar por último", conseguir o maior número de cartas ou se livrar de todas as cartas, variando também os grupos com jogos em dupla, em grupos de 3 ou de 4, vivendo a oposição e a cooperação e mesmo, eventualmente, as duas simultaneamente.

Como começar o jogo?

A decisão de quem começa o jogo deve ficar a critério das crianças. Geralmente as crianças resolvem através de parlendas, como, por exemplo, "úni dúni tê, salamê mingüê", que vai eliminando o último numa seqüência que faz corresponder uma criança a cada sílaba da parlenda. Quem permanece por último nessa forma de eliminação é quem deve iniciar o jogo.

Outra forma é tirar a sorte no palitinho. Cada criança retira um palito de um conjunto em que um dos palitos é mais curto. Quem tira o palito curto é quem vai iniciar o jogo. Para o sorteio seguram-se os palitos todos juntos, escondendo as pontas para que não se distinga o palito mais curto.

Em jogos com cartas ou dados, pode-se decidir quem começa retirando uma carta ou lançando o dado. Quem tira a maior carta ou quem tira o maior número no dado é quem começa o jogo.

Como respeitar sua vez de jogar ou como estabelecer a alternância no jogo?

Num jogo com 2 participantes é fácil para a criança respeitar a alternância que faz com que jogue um de cada vez alternadamente.

No jogo com 3 ou mais jogadores é que surge a dificuldade, pois muitas vezes a criança não respeita o mesmo sentido, seja horário, seja anti-horário.

Com efeito, observando-se crianças que jogam livremente, sem intervenção direta do professor, percebe-se que uma mesma criança não joga duas vezes consecutivas, mas alterna suas jogadas ao acaso com um ou outro dos participantes, preferivelmente com aquele que se manifesta reclamando sua vez.

O adulto pode ajudar no caso de haver disputa entre as crianças quanto a essa questão, pois a incapacidade do grupo para resolver esses problemas pode perturbar e mesmo interromper definitivamente a ação do jogo.

Nesse caso, o professor pode ajudar as crianças a tomar consciência, no grupo, da necessidade de estabelecer uma cronologia das ações que não prejudique nenhum dos participantes. Em jogos de pátio, como, por exemplo, pular corda, boliche, jogo de argola e amarelinha, é possível conseguir isso pelo recurso da fila. Cada criança espera sua vez de jogar em fila.

Nos jogos de mesa será necessário estabelecer um sentido de rotação, antes de começar a jogar, como em todos os jogos de baralho e de tabuleiro. Algumas brincadeiras, como “Escravos de Jó”, podem auxiliar as crianças a perceberem esse sentido de rotação.

Ganhar ou perder?

Para que o ambiente de jogo permaneça agradável e sadio, para que não veicule mal-estar, o fato de perder não deve ser vivido como uma derrota, mas como uma experiência provisória que permite progredir em direção a uma vitória futura. Por outro lado, não se trata de desvalorizar o fato de ganhar, mas de levar a criança a uma aceitação dos resultados, sejam eles quais forem, a um equilíbrio de suas emoções e a uma cumplicidade com os outros jogadores, para que o jogo seja leve, alegre, sem maior importância do que o instante vivido e logo esquecido.

Participando do jogo com as crianças, o adulto pode mostrar uma atitude positiva em relação a outro que ganha, felicitando-o, ou em relação ao que perde, confortando-o e estimulando-o a continuar tentando. Além da sua atitude positiva, o professor pode oferecer às crianças várias oportunidades de jogar e vencer, o que pode minimizar os efeitos dos resultados do jogo.

Muitas vezes as crianças encontram no próprio grupo o remédio para a decepção de perder, seja criando jogos em que a ação se dá por cooperação — não havendo necessariamente um vencedor (o principal é participar) —, seja transformando a derrota em níveis diferentes de sucesso. Quando isso acontece no jogo de cartas, por exemplo, elas continuam a jogar até que o último jogador termine suas cartas e então decretam o primeiro vencedor, o segundo vencedor, o terceiro e o quarto vencedor, etc., ou seja, uma forma de repartir a vitória.

De qualquer forma o professor estará sempre presente, promovendo conversas com as crianças antes e depois dos jogos (nunca durante a ação do jogo) para ajudá-las a se tornarem bons jogadores, levando em conta que o bom jogador deve ser capaz de:

- do ponto de vista afetivo: não se identificar com o resultado do jogo, seja ele qual for, e não considerá-lo como definitivo;
- do ponto de vista cognitivo: analisar as causas da derrota e procurar os meios de melhorar suas possibilidades de vencer;
- do ponto de vista social: compreender que é preciso compartilhar a vitória e a derrota e compreender o ponto de vista do outro.

O estudo das frações na 4b série

Na abordagem que escolhemos, o ponto de partida é a construção do conceito das frações como instrumentos de resolução de problemas contextualizados. Só depois de garantido o conceito é que partimos para a construção dos algoritmos de cálculo, como recurso cujo objetivo é a agilização dos cálculos com números maiores. Como os algoritmos estão fundamentados sobre as propriedades das operações, é essencial que as crianças vivenciem atividades que permitam perceber as propriedades através da manipulação de modelos concretos.

Por isso, as atividades da 4b série envolvem sempre a manipulação de materiais, sejam eles estruturados, como o material dourado e as réguas Cuisenaire, sejam materiais apresentados por nós no caderno de jogos: Jogo de Frações, Mosaico de Frações e Baralho de Frações.

No ensino da adição e da subtração de frações, procuramos trabalhar as duas operações relacionadas pela reversibilidade e propiciar desafios para que as crianças percebam a associatividade e a comutatividade da adição. Na construção do algoritmo dessas operações com frações, recorremos a atividades com materiais que ajudam a criança a perceber a importância do conceito de equivalência como estratégia de cálculo com frações. Como tais estratégias podem ser facilitadas pelo estudo de múltiplos e divisores, retomamos neste volume a exploração de estruturas fatoriais com o recurso a combinações de cores, como estratégia para evidenciar os divisores e múltiplos comuns que já tínhamos abordado no livro de 3b série. Neste volume associamos as cores das estruturas fatoriais aos denominadores das frações, para facilitar a redução ao mesmo denominador nos algoritmos de cálculo em adições e subtrações de frações com denominadores diferentes.

Iniciando o estudo de frações, sugerimos que o professor promova muitas atividades de comparação das peças do Jogo de Frações. Todas as peças desse jogo foram obtidas pelo fracionamento, em quadrados do mesmo tamanho, de um quadrado branco considerado como inteiro ou unidade. O professor deve pedir aos alunos que recortem as peças do Jogo de Frações do caderno de jogos e montem quadrados iguais formados de peças todas do mesmo tamanho. Cada um desses quadrados será do mesmo tamanho do quadrado branco (inteiro). A partir do número de peças iguais de cada quadrado, o aluno pode nomear cada peça com uma fração por comparação com o inteiro (quadrado branco). Além disso, o professor pode propor que se considere outra peça como inteiro de referência, chamando a atenção para o fato de que a fração é resultado de uma comparação entre a parte e o todo, qualquer que seja o todo.

Assim, por exemplo: se compararmos um quadrado pequeno vermelho com um quadrado grande, do Jogo de Frações, o pequeno será $\frac{1}{4}$ do grande. Mas, se compararmos o quadrado pequeno vermelho com o quadrado branco, o quadrado pequeno vermelho $\frac{1}{16}$ será do quadrado branco.

Para a construção do conceito de equivalência, o Jogo de Frações é um recurso interessante, porque possibilita a comparação direta do tamanho das peças por superposição, e oferece “dicas” para facilitar através das cores. Todas as peças da mesma cor podem representar frações equivalentes, e as peças de cores secundárias podem representar frações equivalentes às representadas pelas peças das cores primárias que compõem aquela cor secundária.

Assim, as peças laranja, por exemplo, podem representar frações equivalentes às representadas pelas peças amarelas e vermelhas, porque laranja é a mistura de amarelo e vermelho. Da mesma forma, as peças roxas podem substituir as vermelhas e as azuis, porque roxo é a mistura de azul e vermelho. O mesmo ocorre em relação às verdes, que podem substituir as amarelas e azuis.

Mas é importante enfatizar que *a equivalência das frações se dá devido à equivalência de tamanho das peças* e que a cor é apenas um recurso para visualização.

Para a construção dos algoritmos da adição e subtração de frações sugerimos que numa etapa inicial tais operações sejam feitas pela manipulação do Jogo de Frações e só depois registradas no caderno. Numa segunda etapa, a manipulação das peças deve ser acompanhada do registro, fase por fase, para mostrar o significado do algoritmo de cálculo. Dessa forma o aluno compreenderá por que deve reduzir ao mesmo denominador para somar e subtrair frações.

Exemplo: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} =$

vermelho laranja

$\frac{1}{2}$ trocamos por $\frac{3}{6}$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

$\frac{1}{3}$ trocamos por $\frac{2}{6}$

amarelo laranja

A construção do algoritmo da multiplicação e da divisão de frações

A construção dos algoritmos da multiplicação e divisão de frações deve estar apoiada no conceito dessas operações. Esse é um tema de difícil concretização. Apresentamos neste quarto volume algumas atividades que associam a multiplicação à soma de parcelas iguais e a filas e colunas iguais (representação através de retângulos). Sugerimos também que o professor relacione "fração de fração" à multiplicação, pela substituição da palavra "de" pelo sinal de × (vezes), através de situações-problemas, como encontrar a metade da metade ou da metade $\frac{1}{4}$ de uma pizza, por exemplo. Assim: $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{2} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$.

Apresentamos a divisão de frações por número inteiro através da partição e distribuição, e a divisão de fração por fração apoiada no conceito da divisão como operação inversa da multiplicação e no conceito de fração inversa para chegar ao algoritmo da divisão de frações. Com efeito, a divisão de frações por número inteiro é de concretização mais fácil, o que torna esse problema mais simples.

Por exemplo: como dividir $\frac{1}{3}$ de uma barra de chocolate entre duas pessoas?

$\frac{1}{3}$

$\frac{1}{6}$ Cada uma das duas pessoas receberá $\frac{1}{6}$ do chocolate.

Para a divisão de fração, teríamos que pensar, por exemplo:

Na divisão $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3}$, quantas vezes $\frac{1}{3}$ cabe em $\frac{1}{2}$?

Então, $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = 1\frac{1}{2}$.

meia vez $\frac{1}{3}$

uma vez $\frac{1}{3}$

Pelo algoritmo: $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{1} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$

A construção do conceito de números decimais

O problema da construção do conceito de números decimais está inserido num quadro amplo de relações, que envolvem as frações e o próprio sistema de numeração. Em vista disso, torna-se importante propiciar às crianças atividades que levem a perceber a relação entre frações e decimais e a relação entre o sistema de numeração e os números decimais, ou melhor, inserir os decimais no sistema de numeração, além da relação dos decimais com o cálculo de porcentagens. Isso requer várias abordagens, ou seja:

- os decimais como uma extensão do sistema de numeração;
- os decimais como outra forma de representar as frações decimais;
- os decimais no cálculo de porcentagens;
- a aplicação dos decimais no estudo das medidas.

Antes do estudo dos algoritmos de cálculo com decimais, enfatizamos a necessidade de se trabalhar com o valor relativo dos algarismos nos decimais e com a equivalência destes em relação às frações.

O professor deve propor atividades para que os alunos descubram que 1 décimo é o mesmo que 10 centésimos e 100 milésimos, ou que o zero, ao ocupar a casa vazia, confere significado aos outros algarismos. Daí a diferença de valor entre 0,07 e 0,007, por exemplo.

Dessa forma, a regra para a adição, de colocar “vírgula embaixo de vírgula”, terá um significado real, deixando de ser um procedimento artificialmente colocado para memorização. Só se pode somar décimos com décimos, centésimos com centésimos, o que justifica a colocação de vírgula embaixo de vírgula. Nesse trabalho, a representação no papel quadriculado é de grande valia, porque permite a visualização da diferença de quantidade entre décimos e centésimos.

Outro material que pode ser muito útil nesse trabalho é o material dourado, se tomarmos o cubo grande como unidade, as placas como décimos, as barras como centésimos e os cubinhos como milésimos. Para efetuar cálculos é só representar os números com o material, efetuar a operação com o material e depois registrar o resultado. Dessa forma o algoritmo (“vai um”) surgirá das trocas feitas no material de 10 milésimos por 1 centésimo e de 10 centésimos por um décimo, bem como de 10 décimos por um inteiro, como no exemplo abaixo:

0,015 + 0,027 =

dez milésimos são trocados por um centésimo

Então, 0,015 + 0,027 = 0,042

Sugerimos que o trabalho com decimais nas séries iniciais tenha como preocupação principal a construção de conceitos pelo recurso à manipulação de materiais concretos variados e pela resolução de problemas relacionados com o contexto de vida da criança. Apresentamos nesta coleção algumas sugestões de jogos e situações-problemas que evidentemente devem ser enriquecidas pelo professor, que conhece de perto seus alunos e por isso pode fazê-lo de maneira mais eficiente. Uma prática bastante interessante é sugerir aos alunos que inventem problemas que envolvam números decimais.

Orientações para o desenvolvimento do trabalho

1. *Um pouco sobre a história dos números*

Página 3

Comparar vários sistemas de numeração é uma estratégia interessante para levar a criança a compreender a contagem por agrupamento. Os egípcios contavam de dez em dez, enquanto os maias contavam de cinco em cinco.

2. *Algarismos romanos*

Página 13

O baralho de numeração tem suas cartas classificadas em 4 naipes, como um baralho comum. Esses naipes correspondem à 4 colunas da tabela. Todos os jogos que as crianças sabem jogar com um baralho comum podem ser jogados com o baralho de numeração. Exemplo: mico, rouba-monte, buraco, joga da memória, dominó de cartas, etc. Esses jogos ajudam a desenvolver o cálculo mental e o estabelecimento de relações.

3. *Classificação de triângulos*

Página 18

Antes de solicitar aos alunos que desenvolvam a atividade proposta, realize-a você mesmo, executando todas as etapas (recortando, dobrando, observando o que ocorre). Isso o ajudará a perceber as dificuldades que poderão ocorrer e permite melhor exploração da atividade.

4. *Praticando cálculo mental*

Página 18

A classificação de triângulos a partir de desenhos leva à compreensão do real significado dos conceitos, pois ao fazê-los a criança realmente trabalha com os critérios de classificação, construindo os seus próprios e depois comparando-os com os critérios da matemática.

Página 19

Os números dos diagramas estão relacionados pela multiplicação. Deixe que os próprios alunos descubram isso, para poderem completar com os números que faltam.

5. *Múltiplos e divisores*

Página 34

O trabalho com as estruturas fatoriais pode ser ampliado introduzindo-se as de números com três fatores primos. Para representar as estruturas necessita-se de flechas em três direções: verticais, horizontais e “para trás”. O ideal para isso é levar os alunos a montar estruturas tridimensionais com bolinhas de isopor e palitos de madeira (palitos de dente ou de churrasquinho). As bolinhas de isopor representam os números, e os palitos, as flechas da estrutura. Nas bolinhas são colocadas etiquetas adesivas com o número. Veja, como exemplo, a estrutura fatorial do número 60 desenhada abaixo. Depois deve ser feita a exploração da estrutura pelas crianças, estudando-se as multiplicações e divisões representadas por ela.

$\times 2$ $\times 3$ $\times 5$

6. *Estrutura fatorial colorida*

Página 35

Antes de iniciar o trabalho do capítulo, explore com as crianças a mistura de cores primárias (azul, vermelho e amarelo). Peça às crianças que registrem os resultados de suas experiências.

Página 38

Na construção das estruturas fatoriais em que as crianças devem descobrir quantos fatores têm os números para poder dar forma à estrutura, é comum surgirem dificuldades. Para resolvê-las, deve-se incentivar o debate, em atividades em grupo.

Nas estruturas fatoriais, as flechas correspondem aos fatores primos do maior número que aparece na estrutura. Assim, por exemplo: na estrutura fatorial do número 60, aparecem três fatores primos porque $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$. Temos a flecha $\times 2$ horizontal, a flecha $\times 5$ "para trás". A flecha $\times 2$ aprece duas vezes em cada direção porque temos que multiplicar por 2 duas vezes para obter 60.

Página 43

A atividade do desafio pode ser ampliada propondo-se a construção de estruturas fatoriais com três fatores primos, fazendo surgir os números da cor marrom, que são múltiplos comuns dos azuis, amarelos e vermelhos ao mesmo tempo (mistura das três cores primárias). Essas estruturas devem ser montadas pelos alunos com bolinhas de isopor previamente pintadas e palitos também pintados nas cores das flechas. Só depois de montar a estrutura em três dimensões é que os alunos terão condições de visualizar a representação plana desse tipo de estrutura em desenhos, como o da estrutura fatorial do 60.

7. Estudando frações através de um jogo

Página 47

Na atividade 3, o professor deve chamar a atenção do aluno para a necessidade de representar as frações dividindo o inteiro em partes iguais.

Página 48

Consideramos os exercícios apresentados aqui ainda insuficientes para o estudo de equivalência de frações. Sugerimos que outros exercícios com o Jogo de Frações sejam propostos.

8. As cores da estrutura fatorial no Jogo de Frações

Página 53

Chamamos a tenção para o fato de que as correspondências no jogo Mosaico de Frações podem ser feitas por equivalência de frações, não se limitando cada fração com seu gráfico. Isso aumenta as possibilidades do jogo. Tais estratégias devem ser descobertas e discutidas pelas crianças, e não apresentadas a elas prematuramente.

Página 59

- É fundamental que o aluno estabeleça as regras de cálculo a partir da construção com materiais de manipulação. Só assim tais regras terão significado para ele. As trocas de peças são feitas levando-se em conta a equivalência de frações para possibilitar a adição de peças diferentes (frações com denominadores diferentes).
- A princípio as regras são formuladas na linguagem espontânea dos alunos e depois discutidas nos grupos para se chegar a uma formulação única para todos. Tais regras estarão então diretamente relacionadas à experiência vivida pela criança.

Página 61

A atividade 2 pode ser realizada em grupos de 4. Isso dará aos alunos a oportunidade de discutir suas hipóteses.

Página 68

Veja os comentários sobre a multiplicação de frações na parte inicial deste manual.

11. Descobrindo decimais através da divisão

Página 81

Os números decimais ampliam as possibilidades da operação divisão. É importante que os alunos explorem a possibilidade de continuar dividindo o resto das divisões de números inteiros, transformando esse resto em décimos e centésimos. Proponha exercícios de divisão com papel quadriculado para que essa transformação seja visualizada.

12. Classificação de quadriláteros

Página 84

O estudo da classificação de quadriláteros é pré-requisitrado para o estudo do cálculo de área. No entanto, tal classificação deve partir sempre da perspectiva do aluno e ser praticada em atividades.

Página 86

As atividades 9 e 10 têm como objetivo levar o aluno a relacionar triângulos com paralelogramos, capacidade que é pré-requisito para o estudo do cálculo de área dso triângulos.

13. Estudando decimais com papel quadriculado

Página 93

A atividade 8 pode ser feita por meio de recorte e colagem de papel quadriculado, em vez de desenho.

15. Com vários polígonos você pode construir retângulos

Página 105

A classificação de quadriláteros merece atenção especial. É preciso ficar claro que todos os retângulos são paralelogramos. Os paralelogramos são quadriláteros que têm os lados paralelos dois a dois. Então os retângulos são paralelogramos e têm 4 ângulos retos. Já os losangos também são paralelogramos porque têm lados paralelos e têm 4 lados iguais. Finalmente os quadrados são paralelogramos porque têm lados paralelos, são retângulos porque têm 4 ângulos retos e são losangos porque têm 4 lados iguais. É interessante que o professor promova atividades de recorte para esclarecer esses critérios de classificação.

17. Representando decimais na reta numérica

Página 116

Nesses exercícios, o aluno deve Ter liberdade de decidir como vai realizar seus cálculos: usando papel quadriculado ou a reta numérica. De qualquer forma, deve poder justificar suas respostas.

Página 119

Nos exercícios 8, 9 e 10, espera-se que o aluno descubra que algumas parcelas somam uma unidade inteira. Isso facilita os cálculos. Para agilizar o cálculo mental, o aluno pode somar em qualquer ordem, devido à propriedade comutativa da adição. Exemplo: 0,7 + 0,3 = 1, então 0,7 + 1,2 + 0,3 = 1 + 1,2.

18. Multiplicando números decimais

Página 124

Quando consideramos a multiplicação de decimais como produto de filas e colunas, formamos um retângulo com o auxílio de duas retas numéricas, uma no comprimento do retângulo e outra na largura. Observe isso nos exemplos das páginas 124 e 125. As divisões das retas numéricas ajudam a visualizar o quadriculado que se forma na multiplicação. Sugerimos realizar muitas outras atividades desse tipo com os alunos.

19. E como fica a área dos triângulos?

Página 130

No desenho do exercício 6, estão faltando algumas medidas, que os alunos podem descobrir comparando os lados dos retângulos. Para calcular as áreas dos triângulos, o aluno deve recorrer a recortes de papel dobraduras, como foi feito em atividades anteriores, de modo a ficarem evidentes as relações entre a área do triângulo e do retângulo. Não é interessante apresentar fórmulas de cálculo de área para alunos dessa faixa etária. É melhor recorrer a estratégias que favoreçam a visualização das relações entre as figuras geométricas.

20. Dividindo decimais

Página 134

No algoritmo da divisão de números decimais, a prática de igualar as casas decimais antes de dividir está apoiada na propriedade da compensação. É então importante que o aluno compreenda essa propriedade antes de ter acesso ao algoritmo da divisão de decimais.

21. Férias na fazenda

Página 141

Fazer cálculos através de expressões aritméticas só tem sentido para a criança quando se relaciona a situações vivenciadas no cotidiano. As expressões aritméticas são um bom recurso para a resolução de problemas. É o que procuramos mostrar através da história apresentada nesse capítulo. Sugerimos propor outra histórias e até mesmo explorar de forma semelhante outras situações vivenciadas pelos próprios alunos e relatadas por eles.

22. Aproveitando a liquidação

Página 146

Para explorar melhor o conceito de percentagem, sugerimos pedir aos alunos que tragam recortes de jornal que mencionem porcentagens e promover debates para interpretação desses recortes.

23. Ampliando e reduzindo figuras

Página 156

No livro 2 desta coleção, apresentamos atividades de montagem de figuras com as peças do jogo Pentaminós. Os pentaminós também podem ser utilizados para a ampliação de figuras, numa atividade desafiante que consiste em montar as ampliações de cada uma das peças usando 9 dos 12 pentaminós. Existem várias soluções possíveis para cada montagem. Elas podem ser desenhadas em papel quadriculado. Experimente com os alunos. Depois monte com eles um painel de respostas.

28. Problemas — Jogo: A corrida Inteligente

Página 181

O propósito desse jogo é levar os alunos a ter agilidade no cálculo mental. Em razão desse objetivo, os números envolvidos não, são muitos grandes. Cada grupo de problemas visa rever conceitos trabalhados nos capítulos anteriores. No próximo capítulo discutiremos estratégias de cálculo para resolver problemas com números maiores, usando expressões aritméticas.

Bibliografia

AZEVEDO, M. Verônica R. de. *A influência dos jogos e materiais pedagógicos na construção dos conceitos em matemática*. Tese de Mestrado, USP, 1993.

__________. *Jogando e construindo matemática*. São Paulo: Ed. Unidas, 1993.