MATEMÁTICA ATRAVÉS DE JOGOS

Uma Proposta Metodológica

Maria Verônica Rezende de Azevedo

Nosso propósito aqui é discutir a introdução dos alunos à Matemática, ou seja, como oferecer aos alunos, no início da escolaridade, atividades que propiciem oportunidade de construir os conceitos fundamentais para o acesso ao conhecimento científico, mais especificamente, matemático.

Assim, é o aluno que constrói esse conhecimento refletindo sobre suas ações. Essas reflexões são um processo contínuo em que cada nova experiência é integrada às experiências anteriores, resultando na construção de conceitos cada vez mais complexos. Nesse processo, a qualidade das experiências é um fator muito importante e depende de várias condições, como a interação com os companheiros, a relação professor-aluno e os materiais didáticos.

A nossa preocupação será discutir esses três fatores nas atividades propostas para o ensino de matemática nos primeiros anos escolares:

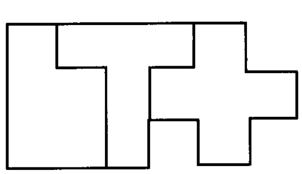
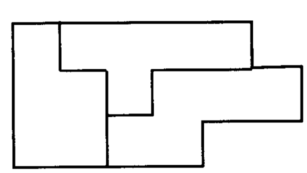
- a interação entre companheiros;
- a relação professor-aluno;
- o material didático.

Partindo do ponto de vista de que é o aluno que constrói os conceitos através da experiência com objetos e da interação social, torna-se necessária a dedicação de boa parte do tempo para observações, manipulação de materiais e discussões que antecedam à realização de atividades propriamente matemáticas.

Uma vez formados os conceitos, o aluno poderá prever soluções sem precisar da manipulação de materiais, porque essas soluções terão como referência as manipulações de experiências anteriores. É nesse ponto que o aluno está fazendo matemática: pode prever resultados antecipadamente. Um exemplo disso pode ser acompanhado em atividades com pentaminós. Os pentaminós são peças de um quebra-cabeça formadas por cinco quadrados.

Solicita-se aos alunos que *montem retângulos encaixando as peças.*

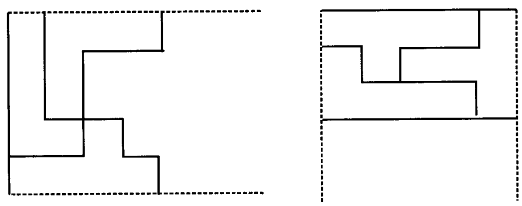
Inicialmente eles trabalham por tentativa e erro, numa atividade de manipulação que, para um observador menos cuidadoso, pode parecer uma atividade exclusivamente lúdica.

Exemplo 1:  

À medida que vai tentando, o aluno vai percebendo certas características comuns entre as soluções e tira conclusões que permitem construir certas estratégias de ação.

Percebe, por exemplo, que, se um dos lados do retângulo tiver cinco quadradinhos, a solução será mais fácil.

Exemplo 2:



Na construção de estratégias de ação, o aluno pode optar por fixar a largura do retângulo e procurar adaptar os encaixes das peças a essa largura ou fixar o comprimento e fazer o mesmo.

Na etapa seguinte pode ser que o aluno descubra que o total de quadradinhos é um dado importante. Então, ele analisa suas soluções e percebe que todas elas repousam sobre múltiplos de 5.

Aí o aluno começou a “fazer” Matemática, pois, se o professor pedir que monte com pentaminós um retângulo de dezesseis quadradinhos, ele não mais procederá por tentativa e erro, mas será capaz de prever que não há solução, porque 16 não é múltiplo de 5.

Por outro lado, se for pedido um retângulo de 30 quadradinhos, ele poderá antecipar que existem várias soluções, porque é possível obter retângulos de 5 × 6 ou de 3 × 10, pois 5 × 6 = 30 (5 de comprimento e 6 de largura) e 3 × 10 = 30 (3 de comprimento e 10 de largura.)

A ação do professor é extremamente importante nesse processo, uma vez que pode selecionar o material mais apropriado às questões mais significativas e orientar a colocação dos problemas numa seqüência que leve a uma abstração gradativa.

Por outro lado, a interação no grupo permite que as discussões em busca de soluções dos problemas adquiram dinamismo e significado. O fato de um aluno ter que explicar para o companheiro o seu raciocínio ajuda-o a organizar suas percepções de maneira coerente, para que possa compartilhar com o outro. Essa organização mental em função da comunicação, enriquecida pelas idéias assimiladas dos companheiros, favorece inevitavelmente o processo de abstração.

Um segundo exemplo pode ser dado por um problema de aritmética.

“Uma loja dá desconto de R$ 3,00 em cada camiseta que custa normalmente R$ 15,00. Quantas camisetas preciso comprar para levar uma de graça?

Inicialmente o aluno usa estratégias fracionadas, semelhantes à tentativa e erro, isto é:

• 1 camiseta dá R$ 3,00 de desconto

• 2 camisetas dão R$ 6,00

• 3 camisetas dão R$ 9,00

• 4 camisetas dão R$ 12,00

• 5 camisetas dão R$ 15,00

Então, conclui que comprando 5 camisetas levará uma de graça.

Depois de outras atividades semelhantes, os alunos percebem que existe uma relação entre o desconto e o preço da camiseta que permite prever o resultado sem fazer os cálculos parceladamente. Eles chegam a ver que o desconto de R$ 3,00 cabe 5 vezes no preço R$ 15,00 da camiseta, sem ter que calcular o desconto de 2, 3, 4 camisetas.

Essa foi uma construção crescente da abstração matemática feita pelos alunos independentemente da interferência de fórmulas algébricas colocadas de modo prematuro.

Os alunos poderão chegar a construir procedimentos gerais para resolver problemas semelhantes até mesmo com uso de fórmulas, mas com a vantagem de realmente compreenderem o "porquê" e o "para quê" de fórmulas.

Exemplo:

$n = p/D$ sendo n = número, p = preço, D = desconto.

As fórmulas adquirem seu real valor matemático de "modelos" que permitem prever resultados com economia de esforços, mas não são indispensáveis, uma vez que é possível resolver problemas por outros caminhos.

Assim, a ação do professor é particularmente importante, porque dele depende a qualidade da interação dos alunos com os materiais didáticos.

Nenhum material por si só é capaz de ensinar matemática. A aprendizagem da matemática é um processo que depende do aluno, mais especificamente da ação do aluno sobre esse material.

É por isso que os materiais não necessitam de nenhuma sofisticação. Aqui, procuramos discutir como a ação criativa do professor pode obter de "materiais simples" a construção de "idéias sofisticadas".

A construção dos conceitos dependerá da colocação de questões pelo professor nos momentos mais adequados, levando em conta as observações feitas pelos alunos, as situações vivenciadas por eles e seus questionamentos pessoais durante a ação.

As situações-problemas colocadas devem ser significativas para os alunos. O principal objetivo é fazer os alunos elaborarem seu conhecimento por si mesmos. Para tanto, o professor deve valorizar a expressão das soluções através da linguagem espontânea entre os grupos de alunos. A interferência do professor se dá no sentido de ajudar os alunos a expressar melhor seu pensamento e a progressivamente fazer uso da linguagem matemática convencional, quando os alunos puderem perceber sua necessidade.

O professor não dá as respostas, uma vez que se posiciona como coordenador ou organizador das atividades dos alunos.

Segundo Piaget, todo ato intelectual é construído progressivamente a partir de reações anteriores e mais primitivas. Por isso, cabe ao professor criar situações que levem o aluno a agir na construção do conhecimento, fazendo apelo a esquemas anteriores de que o aluno dispõe e a partir dos quais construirá novas operações mais complexas.

Para Piaget, um problema constitui uma motivação para o aluno agir em busca da solução. Durante a busca da solução, são estabelecidas relações com outros problemas resolvidos anteriormente, que se organizam num esquema mais amplo que passa a incluir o novo problema.

Nesse processo didático, entram em jogo as *percepções individuais* do aluno, as *trocas de experiências com os companheiros* e as *interferências do professor* numa interação constante.

Resta ainda a questão: Como organizar a ação pedagógica de modo a permitir que os alunos construam seu conhecimento matemático? Qual é o papel do professor?

Na aprendizagem de matemática, não é suficiente saber fazer operações. É necessário saber utilizá-las na resolução de problemas.

A dificuldade de um problema está mais na forma do enunciado, no número e tipo de perguntas e na necessidade de recorrer a informações não explícitas, do que nas operações matemáticas em si. Daí a necessidade do diálogo entre os companheiros e o professor, para elucidar todos os elementos inter-relacionados na resolução de problemas. Esse diálogo ajuda a interpretar o enunciado, a retirar dele os dados mais importantes e desprezar os dados desnecessários para a solução.

Esse processo leva a uma Matemática viva, dinâmica e com significado. Devemos dar maior importância à construção dos conceitos e à compreensão dos processos de cálculo.

Com isso, não negamos a necessidade de memorizar processos já compreendidos, que possam servir de instrumentos a novas aquisições, como, por exemplo, memorizar a tabuada após ter construído o conceito de multiplicação. Caso contrário, a resolução de operações com números maiores se tornará muito demorada.

O mesmo podemos dizer em relação às regras de cálculo ou aos algoritmos.

Nessas situações a memorização de certos automatismos, como os algoritmos (técnicas operatórias), é necessária para libertar o raciocínio do aluno para atividades mais complexas. Uma vez compreendidas as etapas que levam aos automatismos, é possível ao aluno detectar erros e corrigi-los, analisando o processo, o que justifica o valor dos algarismos acompanhados da compreensão e não apenas memorizados.

Para os alunos, as técnicas operatórias serão, então, realmente aplicações de propriedades das operações, e não “truques de magia”.

Quanto à possibilidade de erro, é preferível o aluno verificar se são boas as suas estratégias diretamente na ação com os materiais didáticos, a ficar na dependência da correção do professor. Nem sempre ele pode compreender o referencial de correção do adulto. Além disso, tendo a possibilidade de testar suas hipóteses, estará caminhando efetivamente em direção a uma maior compreensão dos problemas.

A essas considerações, somam-se os fatores motivação e satisfação, que os alunos sentem quando conseguem vencer obstáculos por seus próprios meios. A conquista dos resultados é muito mais significativa do que a dependência das aprovações e correções do professor.

Na relação professor-aluno, é ainda essencial que o aluno saiba quais são as expectativas do professor em relação às atividades propostas. As reações do professor devem ser previsíveis para os alunos, se as condições de trabalho estiverem bem explícitas.

A Construção do Sistema de Numeração através de histórias e jogos

A programação de Matemática da 1ª série propõe, inicialmente, o estudo do sistema de numeração decimal e, posteriormente, a construção compreensiva dos conceitos das operações aritméticas, bem como dos algoritmos de cálculo; isto é, não basta aprender a realizar operações; é preciso saber por que fazer desta ou de outra maneira.

Para examinar o problema do ensino do *sistema de numeração*, nos defrontamos com duas questões paralelas: a definição do sistema de numeração como objeto cultural e a definição do sistema de numeração como objeto de conhecimento para o aluno.

Como objeto cultural, o sistema de numeração é um conhecimento que foi construído pelos homens através da história, na luta pela sobrevivência, na busca de solução para os seus problemas do dia-a-dia. O exame dessa evolução do sistema de numeração através da história ajuda-nos a compreender o conceito do Sistema de numeração decimal.

Como objeto de conhecimento, o sistema de numeração decimal é um conhecimento que, já construído pelo homem, é utilizado, no meio onde o aluno vive, para resolver problemas; e como tal deve ser assimilado pelo aluno. Quando examinamos o sistema de numeração como objeto de conhecimento, o que buscamos é compreender como o aluno constrói para si esse conhecimento através da interação social, num meio onde esse conhecimento já é largamente utilizado pelas pessoas com as quais ele convive.

Uma análise comparativa do estudo da construção do sistema de numeração na história e nos alunos pode fornecer indicadores interessantes para orientar a ação dos educadores que se propõem a ensinar matemática.

Nos primórdios da civilização humana, os homens das comunidades nômades tiravam seu sustento diretamente da natureza e, portanto, como não produziam, não tinham necessidade de controlar quantidades. Quando os grupos humanos cresceram, as necessidades não podiam mais ser atendidas apenas pelo que extraíam diretamente da natureza. Surgiu então a necessidade de produzir e guardar e conseqüentemente controlar quantidades. Mas o homem não conhecia os números, pois não os havia ainda criado.

Nas suas atividades diárias tinha problemas de controle de quantidade, como, por exemplo: como o pastor poderia saber se, ao levar o rebanho para pastar pela manhã e recolhê-lo à tarde, não tinha perdido nenhum carneiro?

O primeiro recurso que o homem provavelmente usou para fazer esse controle foram pedras que representavam os animais. Ao sair de manhã, separava uma pedra para cada carneiro e guardava as pedras num saquinho de couro que amarrava na cintura. Ao voltar à tarde, tirava uma pedra do saco para cada animal que recolhia. Se sobrassem pedras, era porque faltavam animais; ou, se faltassem pedras, era porque tinha recolhido animais a mais.

Numa fase seguinte, quando as quantidades aumentaram, tornou-se pouco prático carregar muitas pedras. Então o homem recorreu à representação através de símbolos gráficos, que inicialmente substituíam as pedras, fazendo o controle também por correspondência biunívoca, isto é, para cada objeto uma marca feita em argila, em madeira, em nós de cordas ou um desenho em papiro.

Quando o homem se viu diante da necessidade de controlar quantidades maiores, passou a recorrer à contagem por agrupamento. A maior parte das civilizações antigas fazia a contagem agrupando de 10 em 10 ou de 5 em 5, provavelmente devido ao fato de recorrerem aos dedos das mãos para fazer a contagem.

A contagem por agrupamento veio abrir novas possibilidades, pois, superando a correspondência biunívoca, tornava a ação de controlar mais econômica. O homem não precisava mais controlar de 1 em 1, mas controlava grupos, o que é bem mais rápido.

As escritas numéricas antigas, como, por exemplo, a dos egípcios, de base 10, e a dos maias, de base 5, ou a dos astecas, de base 20, utilizavam símbolos diferentes para a unidade e para os grupos, fazendo trocas sucessivas de acordo com a base de contagem. Esses sistemas eram baseados em raciocínio aditivo, uma vez que o valor representado era dado pela soma dos valores de cada sinal.

Mas esses sistemas eram limitados, pois não permitiam representar quantidades muito grandes. Isto só foi possível com a criação do valor posicional, dos algarismos que representam cada um uma quantidade e do zero, que vem consolidar a idéia do valor posicional. Foram os hindus que criaram tal sistema, que por sua vez foi divulgado pelos árabes. Daí o nome do sistema de indo-arábico, ou sistema de numeração decimal, que a partir do século XVI passou a ser usado amplamente por todos os países ocidentais e é o sistema que usamos hoje.

A principal característica desse sistema que o torna tão eficiente é a utilização de apenas nove caracteres, que, acrescidos do zero, permitem representar quantidades ao infinito, pela aplicação do raciocínio multiplicativo introduzido pela idéia do valor posicional. Assim, a forma do algarismo aliada à sua posição no numeral determina o seu valor relativo.

Como vemos, o homem passou por vários estágios na construção de sistemas de numeração, que correspondem a níveis de abstração:

- **nível 1**: numeral objeto — correspondência biunívoca direta
- **nível 2**: numeral repetitivo — um sinal para cada objeto
- **nível 3**: contagem por agrupamento e escrita com símbolos diferentes para unidades e grupos — correspondência não biunívoca: um que representa muitos; numeração aditiva
- **nível 4**: 9 algarismos, valor posicional, invenção do zero — escrita sem repetição; numeração multiplicativa
- **nível 5**: invenção dos algoritmos de cálculo.

Dessa forma fazemos um "esqueleto" do conceito de sistema de numeração decimal que nos permite perceber a complexidade do que queremos ensinar aos alunos e de como essa evolução foi demorada e difícil. Esse é então o objeto cultural com o qual teremos que lidar no ensino de matemática.

Vejamos como se dá a construção do objeto de conhecimento pelo aluno.

Com o objetivo de verificar como os alunos vão construindo suas hipóteses para a compreensão do sistema de numeração decimal, com o qual têm amplo contato desde que nascem, no ambiente cultural moderno, uma equipe de pesquisadores de orientação piagetiana fez uma pesquisa com um grupo grande de alunos na faixa etária de 4 a 16 anos, aproximadamente.

No levantamento dos dados e na avaliação da pesquisa, constatou-se que, numa seqüência cronológica, dos alunos mais novos para os mais velhos, apareciam fases no processo de aquisição do conceito de sistema de numeração.

Numa comparação entre as fases de construção do sistema de numeração como objeto cultural através da história e a construção do sistema de numeração pelo aluno como objeto de conhecimento, primeiramente devemos destacar as diferenças. Enquanto na história a construção do sistema de numeração correspondeu a um processo de invenção cultural regido pelas necessidades históricas reais, no aluno o que se dá é a reinvenção individual, que vai progredindo à medida que se amplia a capacidade de compreenção das razões e das leis do sistema em uso no seu ambiente cultural. Assim, enquanto na história o sistema estava ainda por ser criado, para o aluno o problema é assimilar algo que já está pronto e deve ser compreendido.

Mas essa comparação nos mostra também certas coincidências interessantes, uma vez que, tanto na história como nas criações dos alunos, surgiram mecanismos comuns, ou seja:

- a utilização da correspondência biunívoca como a primeira estratégia de controle de quantidades;
- as primeiras regras de combinação de signos seguiam códigos aditivos nos dois casos;
- durante uma fase intermediária observou-se a coordenação de aspectos aditivos e multiplicativos (códigos mistos);
- a dificuldade em lidar com o zero fez com que ele aparecesse só na última etapa.

Dessa comparação podemos tirar algumas diretrizes para orientar a construção de estratégias metodológicas para o ensino do sistema de numeração decimal. Em primeiro lugar reconhece-se a necessidade de respeitar a existência de um processo construtivo no aprendizado do sistema de numeração e as dificuldades inerentes a esse processo.

Baseando-se nos estudos conjuntos do sistema de numeração como objeto cultural na história e como objeto de conhecimento para o aluno, podemos propor uma seqüência de atividades que podem funcionar como um elemento facilitador para os alunos, na aquisição do conceito de número e do conceito de sistema de numeração decimal.

Tais atividades seguiriam etapas que vão desde a correspondência biunívoca até a utilização do zero e do valor posicional.

Vejamos a seqüência:

1. *Correspondência biunívoca e seriação*

Atividades motivadas por histórias cujos personagens enfrentam problemas de controle de quantidade que são solucionados pelo recurso à correspondência biunívoca, com utilização de numeral objeto. As alunos identificam-se com os personagens e devem vivenciar atividades que envolvam:

- controle de quantidade através de numeral objeto, com recurso a objetos soltos (quantidades discretas);
- comparação de quantidades discretas (fichas, pedras, contas) e contínuas (tiras de papel ou madeira de vários comprimentos ou réguas Cuisenaire).

2. *Contagem por agrupamento*

Atividades de construção de estratégias de contagem mais econômicas, envolvendo:

- organização de objetos em grupos (amarração ou empacotamento);
- jogos de trocas a partir de regras de equivalência com materiais de base 3, 4, 5 e 10 (material dourado);
- registro espontâneo da contagem por agrupamento com desenhos ou signos;
- troca de registro gráfico entre colegas para comunicação de quantidades e tentativa de decodificação.

3. *Construção do sistema de numeração*

- apresentação de sistemas de numeração antigos que usavam estratégias aditivas, como, por exemplo, o egípcio (base 10) e o maia (base 5);
- utilização desses sistemas em jogos de baralho;

- apresentação do sistema indo-arábico;
- comparação do sistema indo-arábico com os outros sistemas conhecidos pelo aluno;
- utilização do sistema indo-arábico para o registro de pontos em jogos e cálculo do total de pontos em várias rodadas;
- utilização do quadro valor-lugar para a compreensão do valor posicional e da função do zero na contagem de pontos;
- comparação de vários quadros valor-lugar utilizados no controle de pontos em jogos.

Todas essas atividades, apresentadas num clima motivador que, através de jogos, promova o real envolvimento dos alunos, corresponderão a uma constante busca de soluções para problemas que tenham real significado para o aluno, deixando de lado toda atividade que vise automatização ou memorização sem compreensão.

Jogos para jogar com o baralho de numeração

Rouba-montes

Jogadores: 4 alunos.

Cartas: um baralho de numeração cujos naipes são representados por quatro sistemas de numeração diferentes de 1 a 15: egípcio, maia, romano e indo-arábico.

Objetivo: cada aluno tentará obter o maior número de cartas no seu monte.

Distribuição: um aluno é escolhida para distribuir as cartas, em sentido horário, uma a uma, e fechadas, até que cada pessoa tenha 6 cartas. O distribuidor porá então 6 cartas abertas, em fila, no centro da mesa.

Jogo: digamos que o jogo esteja sendo disputado por Ricardo, Ana, Márcia e Paulo.

Márcia distribui as cartas e Ricardo, que está à sua esquerda, começará.

Se ele tiver uma carta do mesmo valor que qualquer das cartas da mesa, roubará aquela carta. Essas duas cartas são colocadas, abertas, em pilha à sua frente. Este será o começo de seu “monte”. Se duas ou três cartas do centro tiverem o mesmo valor que uma carta de Ricardo, ele poderá roubar todas elas de uma só vez.

Se nenhuma das cartas combinar com uma do centro, Ricardo deverá jogar uma das cartas que tem na mão sobre a mesa, aberta. Paulo, o jogador à esquerda de Ricardo, será o próximo a jogar. Se tiver uma carta do mesmo valor da carta que está em cima do monte de Ricardo, Paulo poderá roubar o monte de Ricardo, colocando-o à sua frente, pois passará a ser o seu monte.

Sempre que um dos alunos não tiver nenhuma carta do mesmo valor que uma das cartas da mesa ou dos montes de qualquer um dos jogadores, deverá jogar uma de suas cartas sobre a mesa.

Fim: o jogo termina quando todas as cartas tiverem sido jogadas. O vencedor será aquele com o maior número de cartas no seu monte.

Mico

Jogadores: 4 alunos.

Baralho: baralho de numeração, como nos jogos anteriores.

Objetivo: terminar as cartas da mão sem ficar com o mico.

Jogo: embaralham-se todas as cartas e tira-se uma escondida, que será o mico. Então distribuem-se as cartas igualmente entre os 4 jogadores. Cada jogador forma pares de cartas com o mesmo valor numérico e descarta os pares formados. Ficarão na mão só as cartas desparelhadas. Cada jogador tira do jogador ao seu lado uma carta e tenta formar par com uma de suas próprias cartas. Se conseguir, descarta o par formado. Se não conseguir, conserva a carta comprada na mão junto com as suas cartas desparelhadas para que outro jogador compre uma carta. Assim prossegue o jogo até que o último jogador fique com uma única carta desparelhada, que é o mico. Então confere para ver se forma par com a carta escondida. Quem fica com o mico perde o jogo.

Jogo Oito Maluco com o Baralho de Numeração
M.Verônica Azevedo

Material : 1 conjunto de cartas de baralho com os sistemas de numeração egípcio, maia, romano e indo-arábico de 1 a 15. Os sistemas serão considerados como os 4 naipes do baralho.
1 tabela para contagem de pontos.

Participantes: 4 jogadores

Objetivos: ser o primeiro a terminar suas cartas em cada jogada;
Fazer o menor número total de pontos ao final de três rodadas.

Distribuição : um dos participantes distribui 7 cartas fechadas para cada jogador e coloca o resto no centro da mesa, para ser o monte de compra. Vira-se a primeira carta do monte sobre a mesa para começar o jogo.

Modo de jogar:

As cartas são jogadas pelo número(valor) e pelo naipe(tipo de sistema de numeração).

Qualquer carta do mesmo naipe ou do mesmo valor poderá ser jogada. Cada jogador joga uma carta na sua vez em sentido horário, sempre sobre a última carta jogada, formando uma pilha.

O primeiro jogador verifica se tem na mão uma carta que corresponde em valor ou em naipe à última carta aberta na mesa. Se não tiver deve comprar uma carta do monte. Se a carta comprada servir ele deve jogá-la; se não servir ele mantém a carta na mão junto com as outras e passa a vez para o próximo jogador, que fará o mesmo.

As cartas dos diferentes sistemas de valor 8 são coringas e por isso podem ser jogadas em qualquer situação, assumindo outro valor que será escolhido por quem a jogou. O próximo jogador deverá jogar respeitando o valor fictício anunciado e o naipe da carta 8 jogada.

Final do jogo: vence quem fizer o menor número de pontos na soma de três rodadas.

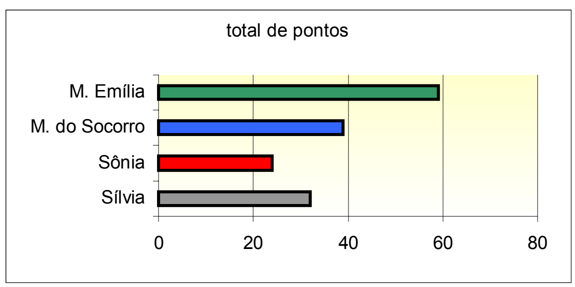
Contagem de pontos:

Ao final de cada rodadas, cada participante soma os pontos das cartas que tem na mão e anota na tabela. Quem terminou suas cartas faz "zero" pontos.

Depois da 3ª rodada somam-se os pontos de cada participante e faz-se o gráfico.

Exemplo:

nomes	1ª rodada	2ª rodada	3ª rodada	total de pontos
Sílvia	32	0	0	32
Sônia	4	14	6	24 *
M. do Socorro	0	38	1	39
M. Emília	13	20	26	59



* vencedor (menor número de pontos)

Tabela para contagem de pontos:

nomes	1ª rodada	2ª rodada	3ª rodada	total de pontos

Gráfico dos pontos marcados no jogo	Usar 4 cores																		
nomes																			
0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	

Vencedor:............................

As operações aritméticas na 1ª série

Na 1ª série deve ser iniciado o estudo das operações aritméticas fundamentais.

Na abordagem que escolhemos, o ponto de partida é a construção do conceito das operações como instrumentos de resolução de problemas contextualizados. Só depois de garantido o conceito é que partimos para a construção dos algoritmos de cálculo, como recursos que têm por objetivo a agilização dos cálculos com números maiores. Como os algoritmos estão fundamentados nas propriedades das operações, consideramos imprescindível que os alunos vivenciem atividades que permitam perceber as propriedades através da manipulação de modelos concretos.

Assim, as atividades da 1ª série envolvem sempre a manipulação de materiais de contagem, sejam eles estruturados, como o material dourado ou as réguas Cuisenaire, sejam materiais do cotidiano, como palitos, tampinhas de garrafa, feijões ou fichas.

No ensino da adição e da subtração, procuramos trabalhar as duas operações relacionadas pela reversibilidade e propiciar desafios para que os alunos percebam a associatividade e a comutatividade da adição.

As operações adição e subtração aparecem, na 1ª série, sempre como sentença matemática, porque acreditamos que dessa forma priorizamos o cálculo mental. As operações ditas “armadas” ou “conta em pé” só aparecem na 2ª série, quando iniciamos a construção dos algoritmos de cálculo. Essa construção é preparada na 1ª série pelas atividades de agrupamento, como a amarração de palitos de 10 em 10 representando as dezenas. Dessa forma, procuramos evitar que os alunos automatizem certos truques de cálculo, como o conhecido “vai um”, sem compreender realmente o que estão fazendo.

À subtração procuramos associar as idéias de “comparar”, “completar” e “tirar”, através de situações-problemas contextualizadas, chamando a atenção para a possibilidade de resolver situações de “completar” através de uma adição, como vimos vários alunos fazerem em estratégias espontâneas.

A construção do conceito de multiplicação

O problema da construção do conceito de multiplicação está inserido num quadro amplo de relações que envolvem as quatro operações aritméticas (adição, subtração, multiplicação e divisão), de forma que não se conceberia uma metodologia de ensino que apresentasse a multiplicação de forma isolada. Em vista disso, torna-se importante propiciar aos alunos atividades que levem a perceber a relação entre adição e multiplicação e a relação entre multiplicação e divisão. Isso requer várias abordagens da multiplicação, ou seja:

- multiplicação como soma de parcelas iguais;
- multiplicação como formação de todos os pares possíveis;
- multiplicação como troca.

Na multiplicação como soma de parcelas iguais, o que se faz é usar a multiplicação como um recurso para abreviar uma soma muito longa, por exemplo: $2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 12$ pode ser $6 \times 2 = 12$. Essa abordagem pode aparecer para o aluno em situações do dia-a-dia, como saber quantas fotos há em 6 envelopes se cada envelope tem 2 fotos. Para muitos alunos essas situações são resolvidas com o recurso à adição. A introdução da multiplicação aparece então como uma outra alternativa que será mais vantajosa quando se tratar de quantidades maiores, como 9×15. Essa observação é significativa tendo em vista que, como temos observado em nossa experiência pedagógica, em geral os alunos continuam se utilizando da soma de parcelas iguais na resolução de problemas simples, mesmo depois de já terem conhecimento da multiplicação. Na realidade, nas somas de duas ou três parcelas iguais, as duas operações são equivalentes em termos de eficiência. A multiplicação só aparece como vantajosa em cálculos que envolvem números maiores. Assim, devemos procurar introduzir a multiplicação através de situações do dia-a-dia do aluno ou através de jogos em que os desafios sejam sempre crescentes.

Na multiplicação como formação de pares, temos dois conjuntos de possibilidades que queremos de alguma forma relacionar; por exemplo: quantos trajes diferentes podemos formar com 2 tipos de bermudas e 3 tipos de camisetas? A resolução desse tipo de problema começa por uma atividade propriamente construtiva em que, por manipulação e registro através de desenhos, 0 aluno chega a todos os pares possíveis que correspondem ao produto 2 × 3 = 6, mas sem relacionar tal fato à multiplicação. Progressivamente será introduzida a representação desse tipo de solução através de tabelas de cruzamento de linhas e colunas, facilmente associáveis à multiplicação. Veja:

Camiseta / Bermuda	azul	amarela	verde
curta	**azul-curta**	**amarela-curta**	**verde-curta**
comprida	**azul-comprida**	**amarela-comprida**	**verde-comprida**

Então: 2 bermudas × 3 camisetas = 6 trajes possíveis.

Essa abordagem da multiplicação em linhas e colunas é particularmente interessante porque prepara para que na 2ª série seja feito um estudo que leve à construção da Tábua de Pitágoras, que reveste de interesse o estudo da tabuada, normalmente tão aborrecido para alunos e professores.

Na multiplicação como troca, encontramos o efeito de certa forma “mágico” da multiplicação como a operação que propicia a ampliação “rápida” de quantidades. Muitas vezes encontramos essa conotação na linguagem figurada, como quando dizemos que certas coisas se multiplicaram. A multiplicação como troca aparece em situações que envolvem cálculo de preço; por exemplo: se uma camisa custa quinze reais, é porque cada camisa pode ser trocada por essa quantia; pode-se então perguntar quanto de dinheiro é necessário para se trocar por 3 camisas. À medida que se aumenta o número de camisas, a quantia de dinheiro aumenta muito mais depressa. Essa abordagem da multiplicação pode ser introduzida através de jogos de agrupamento e troca, como os jogos Nunca 4 ou Nunca 5. A análise feita, junto com os alunos, da tabela de contagem de pontos leva a expressar as relações de troca através da multiplicação, com perguntas como: quantas peças pequenas são necessárias para ter a peça grande que permite vencer o jogo? Ou quantos pontos no dado tirou uma colega que tem 3 peças médias? Se se tratar do jogo Nunca 5, cada peça grande é trocada por 5 médias, que por sua vez são, cada uma, trocadas por 5 pequenas. Então uma peça grande corresponde a 5 × 5 = 25 peças pequenas ou pontos no dado.

Sugerimos que o trabalho com multiplicação na 1ª série tenha como preocupação principal a construção do conceito de multiplicação com o recurso à manipulação de materiais concretos variados e à resolução de problemas relacionados com o contexto de vida do aluno. Uma prática bastante interessante é sugerir aos alunos que inventem problemas que possam ser resolvidos pelo recurso à multiplicação.

Na 1ª série não há ainda a preocupação com a construção dos algoritmos de cálculo que serão desenvolvidos a partir da 2ª série, quando serão iniciadas atividades e jogos que permitirão conhecer e utilizar as propriedades da multiplicação.

A construção do conceito de divisão

No estudo da divisão, na 1ª série, também priorizamos a construção do conceito apresentado como distribuição e como formação de grupos. Consideramos importante relacionar a divisão à multiplicação, como operação inversa, e a subtrações sucessivas.

Apresentamos a divisão como sentença matemática, na 1ª série, com o apoio de um quadro de divisões parceladas, para levar o aluno a trabalhar com estimativas. A divisão euclidiana será introduzida na 3ª série, quando os alunos já terão bastante familiaridade com a multiplicação e o cálculo mental, que são elementos indispensáveis para o domínio do algoritmo euclidiano da divisão.

Matemática na 2ª série através de histórias e jogos

A programação de Matemática propõe, inicialmente, o estudo do sistema de numeração decimal e posteriormente a construção compreensiva dos conceitos das operações aritméticas, bem como dos algoritmos de cálculo, isto é, não basta aprender a realizar operações, é preciso saber por que fazer desta ou de outra maneira.

Todas as atividades para a construção desses conceitos devem ser apresentadas num clima motivador que, através de jogos, promova o real envolvimento do aluno, levando a uma constante busca de soluções para problemas que tenham real significado para eles, deixando de lado toda automatização ou memorização sem compreensão.

Na abordagem que escolhemos, o ponto de partida é a construção do conceito das operações como instrumentos de resolução de problemas contextualizados. Só depois de garantido o conceito é que partimos para a construção dos algoritmos de cálculo, como recursos para agilizar os cálculos com números maiores. Como os algoritmos estão fundamentados nas propriedades das operações, consideramos imprescindível que os alunos vivenciem atividades que permitam perceber as propriedades através da manipulação de modelos concretos.

As operações aritméticas nas séries iniciais

Nosso ponto de partida são os problemas. Queremos que os alunos explorem os conceitos das operações em primeiro lugar, e a melhor forma de fazer isso é trabalhando com problemas. Só assim eles poderão discriminar *que operações* resolvem *quais problemas* e aprofundar seus conhecimentos sobre elas. Somente depois disso passamos nossa atenção para a construção do algoritmo (conta em pé). Acreditamos que as "contas em pé" existem para nos ajudar a resolver cálculos com números maiores, por isso achamos que não faz sentido introduzi-las antes que isso aconteça.

As atividades da 2ª série envolvem sempre a manipulação de materiais de contagem, sejam eles estruturados, como o material dourado ou as réguas Cuisenaire, sejam materiais do cotidiano, como palitos, tampinhas de garrafa, feijões ou fichas.

No ensino da adição e da subtração, procuramos trabalhar as duas operações relacionadas pela reversibilidade e propiciar desafios para que os alunos percebam a associatividade e a comutatividade da adição.

À subtração procuramos associar as idéias de "comparar", "completar" e "tirar" através de situações-problemas contextualizadas, chamando a atenção para a possibilidade de resolver situações de "completar" através de uma adição, como vimos vários alunos fazerem em estratégias espontâneas.

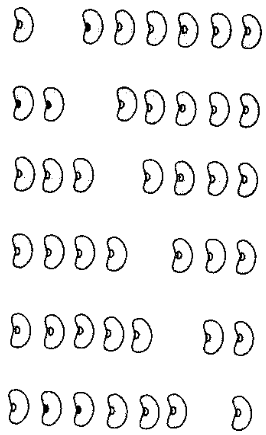
Chamamos a atenção para a importância de se trabalhar essas três idéias associadas à subtração, pois nem sempre elas são distinguidas com clareza. As situações de "tirar" são as mais comuns em atividades escolares, quando são apresentados problemas em que se perdeu ou gastou parte de algo. O que foi gasto ou se perdeu será então tirado ou subtraído do que se tinha anteriormente. Além dessas situações, é preciso discutir com os alunos a utilização da subtração nas comparações, para se decidir quem tem mais ou quem tem menos. Também merecem destaque as ocasiões em que se quer saber quanto falta. Nesse caso pode acontecer de o aluno somar ao invés de subtrair, o que também resolve o problema. Por exemplo: se você tem 95 fotos de um álbum que será completado com 100, quantas fotos faltam? Pela subtração faríamos 100 - 95 = 5, mas o aluno pode pensar 95 - 5 = 100 e concluir: faltam 5 fotos. Esse também é um raciocínio correto.

Trabalhar com números de forma significativa é resultado de atividades que vão além da simples habilidade de contar em seqüência 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, ... É necessário que se compreendam as relações que existem entre os números e que permitem, por exemplo, compor o número 5 a partir do 3 e do 2 ou a partir do 4 e do 1.

Por isso, nos primeiros anos de escolaridade é particularmente importante que os alunos descubram todas as maneiras possíveis de compor números de 1 a 9, usando, para isso, material de contagem como grãos, palitos ou tampinhas de garrafa.

Podemos propor que arrumem, por exemplo, 7 grãos de feijão em dois grupos, de todas as maneiras possíveis.

Assim :



Essa atividade é muito mais rica quando feita em grupos de quatro alunos, por exemplo; os alunos trocam as soluções entre si e isso garante o aparecimento de todas as soluções possíveis.

A cada maneira de agrupar podem ser associadas as operações adição e subtração de várias formas.

Exemplo:	00 00000	2 + 5 = 7	7 + 2 = 5
	2 5	5 + 2 = 7	7 + 5 = 2

Nessa atividade, o aluno estará antecipando a compreensão da propriedade comutativa, ao verificar que 2 + 5 = 7 é o mesmo que 5 + 2 = 7, fato que se repete em outras formas de agrupar os mesmos grãos, como 1 + 6 = 7 ou 6 + 1 = 7.

Também fica clara a relação entre a adição e a subtração como operações inversas.

Além disso, se for proposta a formação de 3 grupos com o total de grãos, poderá ser observada a propriedade associativa da adição.

Exemplo:	0 00 0000	1 + 2 + 4 = 7
	000 0000	3 + 4 = 7
ou	0 00 0000	1 + 2 + 4 = 7
	0 000000	1 + 6 = 7

Outra questão interessante é procurar a parcela que falta na adição ou descobrir um dos números de uma subtração incompleta com a ajuda dos grãos.

Exemplo:	6 + ___ = 8	000000 __?___
	___ + 2 = 8	__?___ 00
	8 - ___ = 2	000000 /OO/
	8 - ___ = 6	/000000 / 00 → ?

Todos esses exercícios, se forem propostos para todos os totais de 1 a 10, podem favorecer o desenvolvimento da habilidade para cálculo mental indispensável aos cálculos com números maiores.

O que se busca é o conhecimento integrado dos números, uma vez que cada número não é um conceito isolado, mas está inserido numa ordem entre os outros números com os quais mantém relações. Assim, o 5 não é algo isolado, mas é sucessor do 4, antecessor do 6, pode se ligar ao 2 para formar 7, pode originar o 2 se for subtraído de 3, etc.

Ter o conceito de número é algo bem mais complexo do que simplesmente saber contar fazendo corresponder um objeto a cada palavra de uma seqüência decorada. O conceito de número supõe o estabelecimento de uma série de relações que serão construídas em atividades nas quais o aluno manipule e transforme quantidades.

Uma outra maneira de trabalhar as atividades de composição de números é com as réguas coloridas que foram inicialmente descritas por Cuisenaire. O material Cuisenaire consta de réguas de 10 cores e 10 comprimentos, numa seqüência tal que a variação da medida entre cada régua e a seguinte seja igual ao comprimento da menor régua que será tomada como unidade. São elas:

1 — branca

2 — vermelha

3 — verde-clara

4 — rosa ou roxa

5 — amarela

6 — verde-escura

7 — preta

8 — marrom

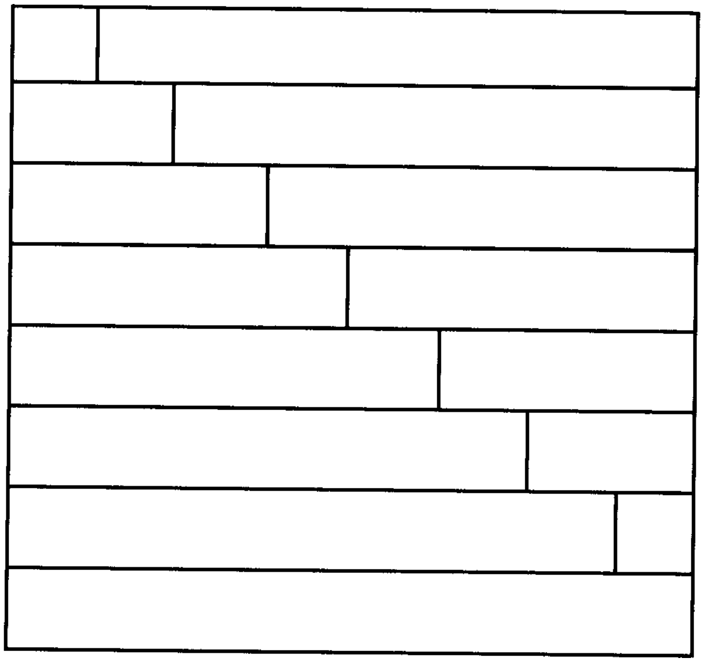
9 — azul

10 — laranja

Como nas atividades com grãos ou qualquer material de contagem, as réguas coloridas permitem aos alunos perceber as relações entre os números.

Assim é, por exemplo, em exercícios onde se propõe a grupos de 4 alunos que encontrem todas as maneiras possíveis de montar a régua marrom usando duas outras réguas. A atividade permite que os alunos comparem suas soluções e discutam, procurando eliminar as respostas que se repetem e esgotando todas as possibilidades.

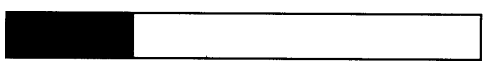
Para a régua marrom encontrarão esta soluções: Cada uma das soluções pode ser expressa por uma adição: 1 + 7/ 2 + 6/ 3 + 5/ 4 + 4/ 5 + 3/ 6 + 2/ 7 + 1.



Aqui também aparece a propriedade comutativa da adição.
Veja: 2 + 6 = 6 + 2 = 8 “A ordem das parcelas não altera a soma.”
Também pode ser feita a ligação com a subtração:

8 - 6 =2

8 - 2 = 6

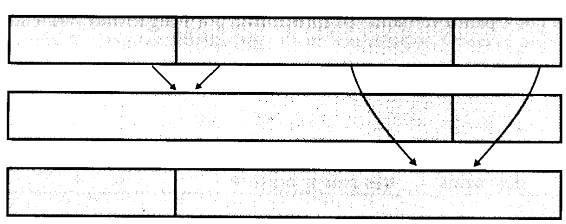


Trabalhando com 3 peças é simples a visualização da propriedade associativa da adição pela troca de duas peças por uma equivalente em várias alternativas.

Exemplo:

3 + 5 + 2 =   3 + 5 + 2 =

8 + 2 = 10   ou   3 + 7 = 10



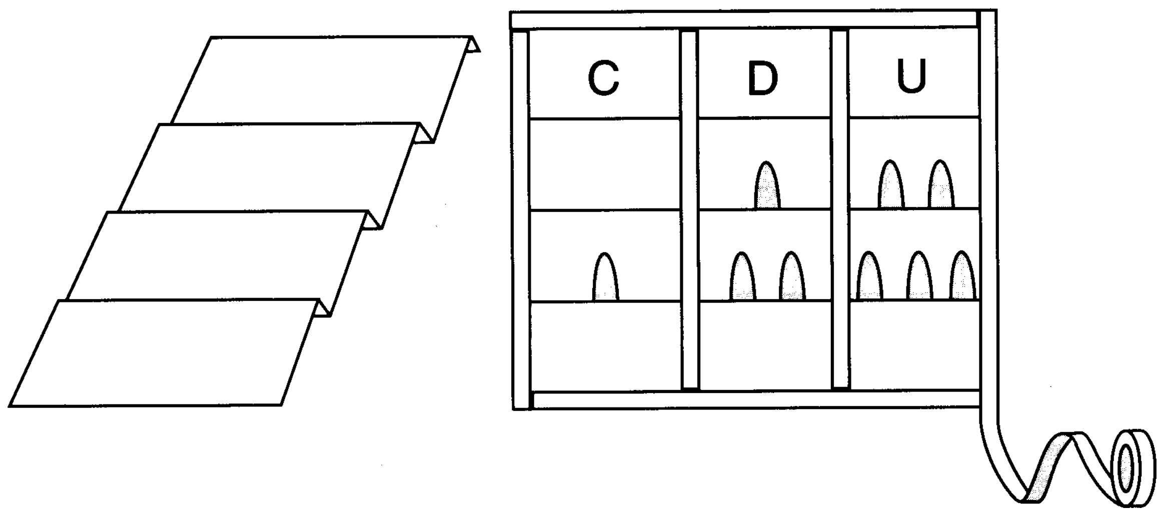
Mas não é suficiente a simples apresentação de exemplos aos alunos. É preciso que eles explorem todas as possibilidades, partindo de todas as réguas.

A construção do algoritmo da adição e da subtração

Para cálculos envolvendo dezenas e centenas é interessante que se dê oportunidade ao aluno para que construa os algoritmos que o ajudarão a fazer cálculos com mais rapidez. Para isso podem-se utilizar palitos coloridos, elásticos e um cartaz de pregas para cada aluno, representando um quadro do valor posicional dos algarismos no sistema decimal.

Os palitos sem pintar podem representar as unidades, palitos azuis representam as dezenas e palitos vermelhos representam as centenas.

Para confeccionar o cartaz de pregas, parta de uma cartolina no tamanho ofício (21 cm × 31 cm). Dobre fazendo as pregas no sentido horizontal, conforme o desenho abaixo, e depois cole as bordas com fita adesiva. Separe as 3 colunas com fita adesiva e assinale, no alto de cada coluna, os símbolos: U (unidade), D (dezena) e C (centena).



Começamos associando uma unidade a cada palito branco e, cada vez que juntamos 10, amarramos com um elástico para simbolizar uma dezena. Por exemplo:

15

1 pacote de 10 palitos   5 palitos soltos

Um recurso didático interessante é escrever o algarismo da dezena com lápis azul e o das unidades com lápis preto. Esse recurso estará chamando a atenção para a questão do valor posicional, tão importante para a compreensão do sistema decimal.

À medida que a questão do valor posicional for sendo assimilada, o recurso à cor será abandonado sem prejuízo para a compreensão.

Cada vez que juntamos 10 palitos azuis ou 10 dezenas, podemos amarrá-los com elástico, completando uma centena, que será trocada por 1 palito vermelho e representada por 1 algarismo vermelho na 3ª ordem.

Assim: 1 2 3

um palito vermelho dois azuis três palitos brancos

Esse sistema permite compreender a função do zero na numeração, como marcador da casa vazia.

C	D	U	
□□		□□□	2 0 3
□□□□□□□	□		7 1 0

Os palitos são colocados nos bolsos do cartaz de pregas, que os alunos costumam chamar de “calculadora”, e são movimentados de um bolso para o outro, convenientemente, durante os cálculos. Isso se faz juntando os palitos de cada coluna para obter a soma. Se forem obtidos mais que 10, deve-se trocar um grupo de 10 por 1 unidade da ordem seguinte (superior).

Exemplo: 23 + 17 =

C	D	U
	□□	□□□
	□	□□□□□ □□

10 unidades são trocadas
por
1 dezena

C	D	U
	□□□□	

Então: 23 + 17 = 40

Nas adições com centenas, cada 10 dezenas são agrupadas e trocadas por 1 centena, ou 10 palitos azuis valem 1 vermelho.

Nesse jogo os palitos representam as quantidades e devem ser usados para efetuar as operações. Assim, no início de cada operação, há uma quantidade de palitos que corresponde a cada parcela e *são esses mesmos palitos* que serão usados para representar o total ou resultado (já que serão reunidos pela soma).

No caso do algoritmo da adição, o aluno, através das trocas de palitos brancos por azuis e de azuis por vermelhos, compreenderá o porquê do recurso ao “vai um” do algoritmo.

Na subtração, se o algarismo do subtraendo for maior que o do minuendo, o aluno pedirá emprestado à ordem superior 1 unidade, que será trocada por 10 unidades da ordem inferior. Observe pelo exemplo abaixo:

25 - 7 =

C	D	U
	□□	□□□□□

Como não há 7 unidades na casa das unidades,
troca-se 1 das dezenas
por 10 unidades, para tirar 7.

C	D	U
	□	□□□□□ □□□ □ □□□□□

Esse recurso da subtração será compreendido como um desempacotamento dos palitos da dezena para a unidade, porque 1 dezena equivale a 10 unidades. O mesmo para 1 centena, que equivale a 10 dezenas.

A construção da operação multiplicação

Depois das primeiras atividades de construção do conceito de multiplicação com a ajuda de materiais concretos de manipulação e da aplicação em situações-problemas feitas na 1ª e na 2ª séries, é importante que se faça um cuidadoso trabalho de descoberta das propriedades da multiplicação, uma vez que elas são a base sobre a qual se apóia o algoritmo da multiplicação. Além disso, há que se promover a fixação dos fatos fundamentais da multiplicação, visando à agilização de cálculos com números maiores. Um recurso bastante interessante para isso é a construção e o estudo da Tábua de Pitágoras. Também devemos utilizar jogos para auxiliar a memorização dos fatos fundamentais, a “tabuada” de maneira mais atraente para os alunos.

A Tábua de Pitágoras é uma tabela de dupla entrada que organiza todos os fatos fundamentais da multiplicação de dois fatores. A maneira mais interessante de trabalhar com a Tábua de Pitágoras é incentivar os alunos a construí-la com o apoio de materiais de contagem e registro dos cálculos na tabela. Depois é importante encontrar as propriedades da multiplicação estudando as relações entre os números da tabela.

A seguir, apresentamos uma explicação detalhada de como isso pode ser feito.

Exercícios para a construção da tabuada da multiplicação

Esses exercícios são baseados na Tábua de Pitágoras. São propostos de tal forma que os alunos é que vão construindo a Tábua de Pitágoras com o apoio de material de contagem.

Fazer uma tabela com 10 linhas e 10 colunas em quadriculados de 1,5 cm (lado de cada quadrinho).

Começar a completar com a multiplicação, tomando sempre as linhas e colunas até formar quadrados (3 × 3, 4 × 4, etc.).

1ª Etapa

com material

×	1	2	3
1	o	oo	ooo
2	o	oo	ooo
	o	oo	ooo
	o	oo	ooo
3	o	oo	ooo
	o	oo	ooo

registro no papel (caderno quadriculado)

×	1	2	3
1	1	2	3
2	2	4	6
3	3	6	9

2ª Etapa: Completar a 4ª fila e a 4ª coluna.

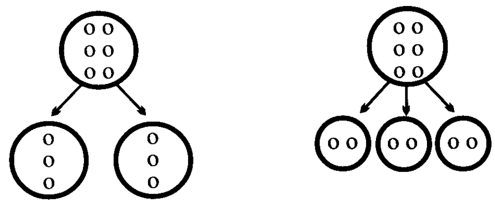
×	1	2	3	4
1				
2				
3				
4				

3ª Etapa: Completar a 5ª fila e a 5ª coluna.

Trabalhar com cálculos que envolvam multiplicações até 5 × 5 em situações-problemas.

Trabalhar a divisão em paralelo com a multiplicação, enfatizando-a como operação inversa.

Exemplo: $2 \times 3 = 6$ $3 \times 2 = 6$



$6 : 2 = 3$ $6 : 3 = 2$

É importante que essa questão seja vivenciada pela próprio aluno com todos os totais que representem produtos estudados.

4ª Etapa: Voltar ao quadro e completar a 6ª fila e a 6ª coluna, trabalhando em seguida com cálculos até 6 × 6 em situações-problemas.

x	1	2	3	4	5	6
1						6
2						12
3						18
4						24
5						30
6						36

Fazer exercícios para destacar a propriedade comutativa da multiplicação.

Exemplo: Pintar da mesma cor, na tabela, os resultados iguais e indicar a que produtos correspondem:

$2 \times 3 = 6$ $3 \times 4 = 12$ $2 \times 6 =$

$3 \times 2 = 6$ $4 \times 3 = 12$ $6 \times 2 =$

Mostrar que os produtos podem ser decompostos, devido à propriedade associativa da multiplicação.

Exemplo: $2 \times 2 \times 2 = 4 \times 2$ $2 \times 3 \times 2 = 2 \times 6$

Isso é importante porque leva o aluno a perceber que pode compor uma tabuada a partir de outras. Observe pelo seguinte exemplo:

$2 \times 3 = 6$	$2 \times 4 = 8$	$2 \times 5 = 10$
$2 \times 3 \times 4 =$	$2 \times 4 \times 4 =$	$2 \times 5 \times 4 =$
$6 \times 4 = 24$	$8 \times 4 = 32$	$10 \times 4 = 40$

Ou seja, o aluno pode vir a perceber que a tabuada do 6 é o dobro da tabuada do 3 e verificar na tabela.

x	1	2	3	4	5	6
1			3			6

2			6			12
3			9			18
4			12			24
5			15			30
6			18			36

5ª Etapa: *Também é interessante a composição de tabuadas através da aplicação da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.*

Exemplo:

Compor a tabuada do 7.

2 × 7 = 2 × 3 + 2 × 4 = 6 + 8 = 14

com fichas:

ooo /oooo ooooooo

ooo /oooo ooooooo

3 × 7 = 3 × 3 + 3 × 4 = 9 + 12 = 21

3 + 4

4 × 7 = 4 × 3 + 4 × 4 = 12 + 16 = 28

3 + 4

6ª Etapa: *Trabalhar a construção de uma mesma tabuada de duas formas diferentes para enriquecer o trabalho.*

Exemplo:

a) A tabuada do 8 é o dobro da do 4.

2 × 8 = 2 × 2 × 4

2 × 4

3 × 8 = 3 × 2 × 4

2 × 4

b) A tabuada do 8 é a soma da do 3 e do 5.

2 × 8 = 2 × 3 + 2 × 5 = 6 +10 = 16

3 + 5

3 × 8 = 3 × 3 + 3 × 5 = 9 +15 = 24

3 + 5

Também devemos utilizar jogos para auxiliar a memorização dos fatos fundamentais, a “tabuada”, de maneira mais atraente para os alunos.

A construção da operação divisão

No estudo da divisão, na 2ª série, também priorizamos a construção do conceito apresentado como distribuição e como formação de grupos. Na divisão como distribuição a pergunta que se faz é: *Quantos para cada um*? Na divisão como formação de grupos a pergunta é: *Quantos grupos podemos formar*?

Consideramos muito importante relacionar a divisão com as outras operações. Com esse objetivo procuramos mostrar a divisão como operação inversa da multiplicação e também como subtrações sucessivas. Para isso apresentamos a divisão com o apoio de um quadro de divisões parceladas, a fim de levar o aluno a trabalhar com estimativas. Tal quadro prepara o aluno para a aquisição do algoritmo da divisão euclidiana (divisão na chave, pelo processo breve), porque através dele os alunos percebem a relação com a multiplicação e com a subtração, pois usam a multiplicação para fazer as estimativas e a subtração para descobrir o resto.

A divisão euclidiana será trabalhada na 3ª série, para dar tempo ao aluno de adquirir familiaridade com os cálculos mentais nas multiplicações e subtrações indispensáveis para o domínio do algoritmo euclidiano da divisão.

Tendo adquirido bastante familiaridade com os cálculos mentais nas multiplicações e subtrações indispensáveis para o domínio do algoritmo euclidiano da divisão, o aluno passa agora a trabalhar com a divisão euclidiana.

O estudo das frações

Na abordagem que escolhemos, o ponto de partida é a construção do conceito das frações como instrumentos de resolução de problemas contextualizados. Só depois de garantido o conceito é que partimos para a construção dos algoritmos de cálculo, como recurso cujo objetivo é a agilização dos cálculos com números maiores. Como os algoritmos estão fundamentados sobre as propriedades das operações, é essencial que os alunos vivenciem atividades que permitam perceber as propriedades através da manipulação de modelos concretos.

Por isso, as atividades da 4ª série envolvem sempre a manipulação de materiais, sejam eles estruturados, como o material dourado e as réguas Cuisenaire, sejam jogos: Jogo de Frações, Mosaico de Frações e Baralho de Frações.

No ensino da adição e da subtração de frações, procuramos trabalhar as duas operações relacionadas pela reversibilidade e propiciar desafios para que os alunos percebam a associatividade e a comutatividade da adição. Na construção do algoritmo dessas operações com frações, recorremos a atividades com materiais que ajudam o aluno a perceber a importância do conceito de equivalência como estratégia de cálculo com frações. Como tais estratégias podem ser facilitadas pelo estudo de múltiplos e divisores, recomendamos a exploração de estruturas fatoriais com o recurso a combinações de cores, como estratégia para evidenciar os divisores e múltiplos comuns. Associamos as cores das estruturas fatoriais aos denominadores das frações, para facilitar a redução ao mesmo denominador nos algoritmos de cálculo em adições e subtrações de frações com denominadores diferentes.

Iniciando o estudo de frações, sugerimos que o professor promova muitas atividades de comparação das peças do Jogo de Frações. Todas as peças desse jogo foram obtidas pelo fracionamento, em quadrados do mesmo tamanho, de um quadrado branco considerado como inteiro ou unidade. O professor deve pedir aos alunos que recortem as peças do Jogo de Frações e montem quadrados iguais formados de peças todas do mesmo tamanho. Cada um desses quadrados será do mesmo tamanho do quadrado branco (inteiro). A partir do número de peças iguais de cada quadrado, o aluno pode nomear cada peça com uma fração por comparação com o inteiro (quadrado branco). Além disso, o professor pode propor que se considere outra peça como inteiro de referência, chamando a atenção para o fato de que a fração é resultado de uma comparação entre a parte e o todo, qualquer que seja o todo.

Assim, por exemplo: se compararmos um quadrado pequeno vermelho com um quadrado grande, do Jogo de Frações, o pequeno será $\frac{1}{4}$ do grande. Mas, se compararmos o quadrado pequeno vermelho com o quadrado branco, o quadrado pequeno vermelho $\frac{1}{16}$ será do quadrado branco.

Para a construção do conceito de equivalência, o Jogo de Frações é um recurso interessante, porque possibilita a comparação direta do tamanho das peças por superposição, e oferece “dicas” para facilitar através das cores. Todas as peças da mesma cor podem representar frações equivalentes, e as peças de cores secundárias podem representar frações equivalentes às representadas pelas peças das cores primárias que compõem aquela cor secundária.

Assim, as peças laranja, por exemplo, podem representar frações equivalentes às representadas pelas peças amarelas e vermelhas, porque laranja é a mistura de amarelo e vermelho. Da mesma forma, as peças roxas podem substituir as vermelhas e as azuis, porque roxo é a mistura de azul e vermelho. O mesmo ocorre em relação às verdes, que podem substituir as amarelas e azuis.

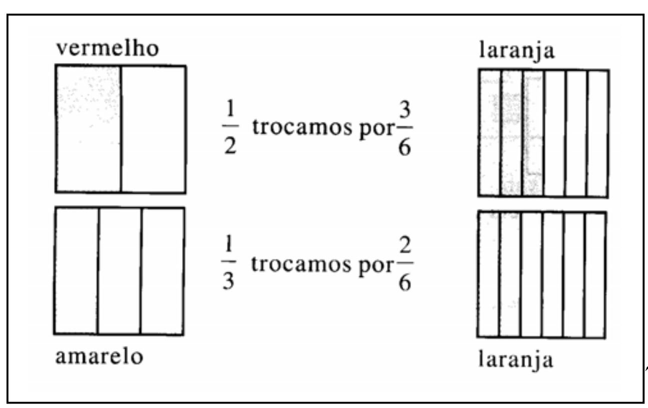
Mas é importante enfatizar que *a equivalência das frações se dá devido à equivalência de tamanho das peças* e que a cor é apenas um recurso para visualização.

Para a construção dos algoritmos da adição e subtração de frações sugerimos que numa etapa inicial tais operações sejam feitas pela manipulação do Jogo de Frações e só depois registradas no caderno. Numa segunda etapa, a manipulação das peças deve ser acompanhada do registro, fase por fase, para mostrar o significado do algoritmo de cálculo. Dessa forma o aluno compreenderá por que deve reduzir ao mesmo denominador para somar e subtrair frações.

Exemplo: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} =$

vermelho laranja

$\frac{1}{2}$ trocamos por $\frac{3}{6}$



$\frac{1}{3}$ trocamos por $\frac{2}{6}$

amarelo laranja

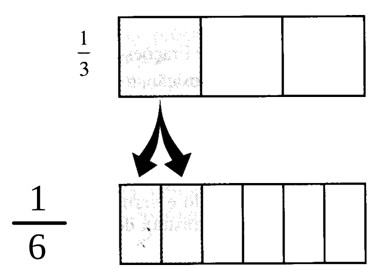
$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

A construção do algoritmo da multiplicação e da divisão de frações

A construção dos algoritmos da multiplicação e divisão de frações deve estar apoiada no conceito dessas operações. Esse é um tema de difícil concretização. Sugerimos algumas atividades que associam a multiplicação à soma de parcelas iguais e a filas e colunas iguais (representação através de retângulos). Sugerimos também que o professor relacione “fração de fração” à multiplicação, pela substituição da palavra “de” pelo sinal de × (vezes), através de situações-problemas, como encontrar a metade da metade ou $\frac{1}{4}$ da metade de uma pizza, por exemplo. Assim: $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{2} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$.

Apresentamos a divisão de frações por número inteiro através da partição e distribuição, e a divisão de fração por fração apoiada no conceito da divisão como operação inversa da multiplicação e no conceito de fração inversa para chegar ao algoritmo da divisão de frações. Com efeito, a divisão de frações por número inteiro é de concretização mais fácil, o que torna esse problema mais simples.

Por exemplo: como dividir $\frac{1}{3}$ de uma barra de chocolate entre 2 pessoas?



Cada uma das duas pessoas receberá $\frac{1}{6}$ do chocolate.

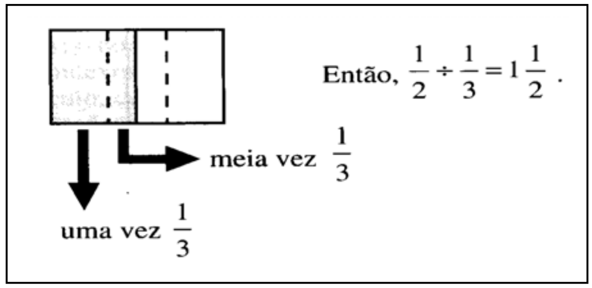
Para a divisão de fração, teríamos que pensar, por exemplo:

Na divisão $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3}$, quantas vezes $\frac{1}{3}$ cabe em $\frac{1}{2}$?

Então, $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = 1\frac{1}{2}$.

meia vez $\frac{1}{3}$

uma vez $\frac{1}{3}$



Pelo algoritmo: $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{1} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$

A construção do conceito de números decimais

O problema da construção do conceito de números decimais está inserido num quadro amplo de relações, que envolvem as frações e o próprio sistema de numeração. Em vista disso, torna-se importante propiciar aos alunos atividades que levem a perceber a relação entre frações e decimais e a relação entre o sistema de numeração e os números decimais, ou melhor, inserir os decimais no sistema de numeração, além da relação dos decimais com o cálculo de porcentagens. Isso requer várias abordagens, ou seja:

- os decimais como uma extensão do sistema de numeração;
- os decimais como outra forma de representar as frações decimais;
- os decimais no cálculo de porcentagens;
- a aplicação dos decimais no estudo das medidas.

Antes do estudo dos algoritmos de cálculo com decimais, enfatizamos a necessidade de se trabalhar com o valor relativo dos algarismos nos decimais e com a equivalência destes em relação às frações.

O professor deve propor atividades para que os alunos descubram que 1 décimo é o mesmo que 10 centésimos e 100 milésimos, ou que o zero, ao ocupar a casa vazia, confere significado aos outros algarismos. Daí a diferença de valor entre 0,07 e 0,007, por exemplo.

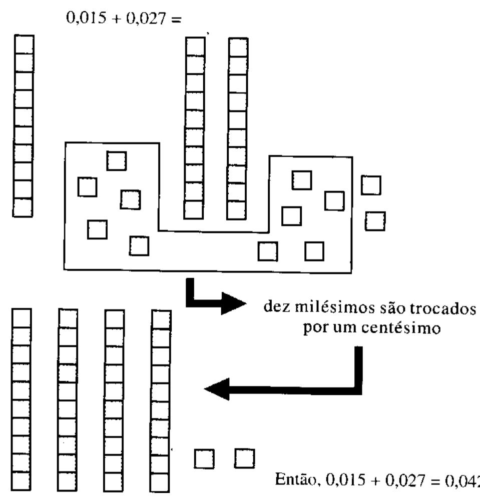
Dessa forma, a regra para a adição, de colocar “vírgula embaixo de vírgula”, terá um significado real, deixando de ser um procedimento artificialmente colocado para memorização. Só se pode somar décimos com décimos, centésimos com centésimos, o que justifica a colocação de vírgula embaixo de vírgula. Nesse trabalho, a representação no papel quadriculado é de grande valia, porque permite a visualização da diferença de quantidade entre décimos e centésimos.

Outro material que pode ser muito útil nesse trabalho é o material dourado, se tomarmos o cubo grande como unidade, as placas como décimos, as barras como centésimos e os cubinhos como milésimos. Para efetuar cálculos é só representar os números com o material, efetuar a operação com o material e depois registrar o resultado. Dessa forma o algoritmo (“vai um”) surgirá das trocas feitas no material de 10 milésimos por 1 centésimo e de 10 centésimos por um décimo, bem como de 10 décimos por um inteiro, como no exemplo abaixo:

0,015 + 0,027 =

dez milésimos são trocados por um centésimo

Então, 0,015 + 0,027 = 0,042



Sugerimos que o trabalho com decimais nas séries iniciais tenha como preocupação principal a construção de conceitos pelo recurso à manipulação de materiais concretos variados e pela resolução de problemas relacionados com o contexto de vida do aluno. Uma prática bastante interessante é sugerir aos alunos que inventem problemas que envolvam números decimais.

Bibliografia

AZEVEDO, M. Verônica R. de. *A influência dos jogos e materiais, pedagógicos na construção dos conceitos em matemática*. Tese de Mestrado, USP, 1993.

_________. *Jogando e construindo matemática*. São Paulo, Ed. Unidas, 1993.